

Modellgestütztes Auswuchten - Unwuchtidentifikation

**Ein testgewichtsloses Verfahren für große
Elektromaschinen**

Vom Fachbereich Maschinenbau
an der Technischen Universität Darmstadt

zur

Erlangung des Grades eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)

genehmigte

D i s s e r t a t i o n

vorgelegt von

Dipl.-Ing. Martin Regener

aus Berlin

Berichterstatter: Prof. Dr.-Ing. Rainer Nordmann

Mitberichterstatter: Prof. Dr.-Ing. Horst Irretier

Tag der Einreichung: 30.08.2006

Tag der mündlichen Prüfung: 18.10.2006

Darmstadt 2006

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand mit Unterstützung der Siemens AG im Dynamowerk Berlin. Dort konnte ich auch Erfahrungen beim Auswuchten und der rotordynamischen Auslegung starrer und flexibler Rotoren erwerben.

Ich danke Hr. Prof. Dr.-Ing. R. Nordmann für die Betreuung meiner Arbeit. Es sei ihm und den wissenschaftlichen Mitarbeitern in seinem Institut für die mir sehr willkommene Mithilfe zum Thema „Magnetlager“ gedankt. Ich danke Hr. Prof. Dr.-Ing. H. Irretier für die bereitwillige Übernahme des Koreferats und für das Interesse, welches er meiner Arbeit entgegengebracht hat. Mein Dank gilt auch Hr. Prof. Dr.-Ing. R. Gasch für seine Ratschläge, die er mir im Verlauf meiner Arbeit zuteil werden ließ.

Ich bedanke mich ganz besonders bei meinen Betreuern Dr. Horst Kümmler und Dr. Ingo Menz aus dem Dynamowerk für ihre weitreichenden Anregungen und Hilfen. Ich hatte stets die Freiheit, die mir wichtigen Aspekte meiner Arbeit auszuloten, die regelmäßigen Treffen halfen mir dann dabei, wieder zum Kern zurückzufinden. Ebenso danke ich allen weiteren Kollegen, vor allem aus der Entwicklungsabteilung, dem Prüffeld und der Werkstatt, die mir im Verlauf der Arbeit mit Rat und Tat zur Seite standen. Ich bedanke mich bei den Kollegen von der Siemens PG, die mir die Gelegenheit zu vielfältigen Experimenten gaben.

Ich bedanke mich bei Hr. PD Dr. R. Ramlau, Fr. Dr. J. Niebsch und Fr. Katrin Arning für ihre Beiträge zur Unwuchtidentifikation und zur Modellanpassung, ohne die meine Arbeit zu keinem erfolgreichen Abschluss gekommen wäre. Mein besonderer Dank gilt auch Hr. Dipl.-Ing. A. Jungiewicz, Hr. K. Pramschier, Fr. N. Rossow und Hr. Dipl.-Ing. R. Soltow, die während ihrer studentischen Tätigkeiten einen wertvollen Beitrag zu meiner Arbeit geleistet haben.

Ich danke der Siemens AG für die finanzielle Unterstützung, die mir durch die Gewährung des Ernst von Siemens-Stipendiums zuteil wurde. Ich bedanke mich bei dem Dynamowerk für das in mich gesetzte Vertrauen, das in dieser Arbeit entwickelte Verfahren nun in die Praxis umzusetzen.

Als letztes aber wahrlich nicht zuletzt bedanke ich mich bei meiner Familie für die fortwährende Unterstützung und die Geduld an den Tagen, an denen es wieder etwas länger dauerte, bis ich sie in die Arme schließen konnte.

Martin Regener, im August 2006

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Problemstellung	1
1.2	Inhalt und Gliederung der Arbeit	2
1.3	Vorstellung der behandelten Maschinen	3
2	Stand der Technik	5
2.1	Graphisches Auswuchten am Beispiel des Lavalrotors	5
2.2	Modales Auswuchten	7
2.3	Einflusszahlenverfahren	8
2.4	Unwuchtidentifikation	11
2.4.1	Gasch-Drechsler-Verfahren	11
2.4.2	Instationäres Verfahren nach Seidler	12
2.4.3	Identifikationsverfahren nach Belz und Kreuzinger-Janik	13
2.4.4	Identifikation als inverses Problem	13
2.5	Bewertung der Verfahren nach praktischer Anwendbarkeit	14
3	Modellbildung	15
3.1	Einführung	15
3.2	Rotormodell	17
3.2.1	Theoretische Untersuchungen	17
3.2.2	Experimentelle Validierung	19
3.3	Gleitlager	35
3.3.1	Theorie und Berechnungsverfahren	35
3.3.2	Beschreibung im FE-Modell	37
3.3.3	Experimentelle Überprüfung	39
3.4	Magnetlager	41
3.4.1	Übersicht	41
3.4.2	Magnetlagerauslegung	42
3.4.3	Kraftwirkung des Magnetlagers	43
3.4.4	Beschreibung im FE-Modell	44
3.4.5	Ermittlung der Lagerkoeffizienten aus einem Messlauf	45
3.4.6	Experimentelle Validierung	45
3.5	Unterbau	50
3.5.1	Beschreibung im FE-Modell	51
3.5.2	Messtechnische Untersuchungen	52
3.5.3	Ermittlung der Unterbauteifigkeit aus einem Messlauf	53
3.5.4	Experimentelle Validierung	54
3.6	Modellreduktion	57
3.6.1	Einführung	57
3.6.2	Gemischte statische und modale Kondensation	57
3.6.3	Numerische Simulation	58
3.7	Zusammenfassung zur Modellbildung	60

4	Unwuchtidentifikation	61
4.1	Problemstellung	61
4.2	Theorie	61
4.2.1	Tikhonov - Regularisierung	61
4.2.2	Morozovsches Diskrepanzprinzip	62
4.2.3	L-Kurven Kriterium	62
4.2.4	Indikatorfunktion	63
4.2.5	Algorithmus	64
4.3	Numerische Simulation	65
4.3.1	Lastfälle	65
4.3.2	Variierte Parameter	66
4.3.3	Gütekriterien	67
4.3.4	Auswertung	69
4.4	Anwendung im Prüfbetrieb	74
4.4.1	Magnetlagermaschine	74
4.4.2	Gleitlagermaschine	76
4.5	Zusammenfassung zur Unwuchtidentifikation	79
5	Modellanpassung	80
5.1	Einführung	80
5.2	Stand der Technik	82
5.3	Modellanpassungsverfahren	84
5.3.1	Modellaufbereitung	84
5.3.2	Aufbereitung der Parameter	85
5.3.3	Zielfunktional	86
5.3.4	Unwuchtidentifikation	87
5.3.5	Anpassungsalgorithmus	87
5.3.6	Verfahrensablauf	89
5.4	Numerische Simulation	91
5.4.1	Einführung	91
5.4.2	Unwuchten	91
5.4.3	Parameter	92
5.4.4	Auswertung	93
5.5	Zusammenfassung zur Modellanpassung	99
6	Ergebnisse	100
6.1	Beschreibung des Verfahrensablaufs „Modellgestütztes Auswuchten - Unwuchtidentifikation“	100
6.2	Einfacher Testrotor	102
6.3	Maschine „Gleitelast“	109
6.4	Maschine „Magnetelast“	114
6.4.1	Auswuchten im Werk	114
6.4.2	Nachwuchten auf der Anlage	118
7	Zusammenfassung und Ausblick	123
	Literatur	124

Abbildungsverzeichnis

1	Einleitung: Fotografie eines typischen Rotors, Quelle: Siemens AG . .	1
2	Einleitung: Modell der Gleitlagermaschine	3
3	Einleitung: Modell der Magnetlagermaschine	4
4	Stand der Technik: Lavalläufer	5
5	Stand der Technik: Graphisches Auswuchten	6
6	Stand der Technik: EFZ-Verfahren	10
7	Modellbildung: Querschnittsumrechnung	15
8	Modellbildung: Beispielrotor	16
9	Modellbildung: Durchmessersprung	17
10	Modellbildung: Freifrei-Versuch	19
11	Modellbildung: Tränkwelle	20
12	Modellbildung: Eigenfrequenzvergleich Tränkwelle	21
13	Modellbildung: Eigenformen der Tränkwelle	22
14	Modellbildung: Modale Dämpfung der Tränkwelle	23
15	Modellbildung: Resonanzamplituden der Tränkwelle	24
16	Modellbildung: Absatzwelle	25
17	Modellbildung: Eigenfrequenzvergleich Absatzwelle	26
18	Modellbildung: Eigenformen der Absatzwelle	26
19	Modellbildung: Welle des Hauptläufers	27
20	Modellbildung: Eigenfrequenzvergleich Welle des Hauptläufers	28
21	Modellbildung: Eigenformen der Welle des Hauptläufers	29
22	Modellbildung: Eigenfrequenzvergleich Gesamtläufer	30
23	Modellbildung: Eigenformen des Gesamtläufers	32
24	Modellbildung: Resonanzkurven mit neuer Rotormodellierung	33
25	Modellbildung: Prinzipskizze Gleitlager	36
26	Modellbildung: Kenngrößen Gleitlager	37
27	Modellbildung: Campbell-Diagramm	38
28	Modellbildung: Freischnitt Gleitlager	39
29	Modellbildung: Einflussgrößen Gleitlager	40
30	Modellbildung: Beispiel Magnetlager	41
31	Modellbildung: Prinzipskizze Magnetlager	41
32	Modellbildung: Blockschaltbild Magnetlager	42
33	Modellbildung: Kraftkennlinien Magnetlager	43
34	Modellbildung: Experimentelle Ermittlung des k_i	46
35	Modellbildung: Angepasste Magnetlagersteifigkeiten	48
36	Modellbildung: Resonanzkurven mit berechneten Lagersteifigkeiten .	49
37	Modellbildung: Unterbau, Quelle: Siemens AG	50
38	Modellbildung: Unterbaumodellierung	51
39	Modellbildung: Fundamentsteifigkeiten	52
40	Modellbildung: Freischnitt Unterbausteifigkeit	53
41	Modellbildung: Unterbausteifigkeiten	55
42	Modellbildung: Angepasste Unterbausteifigkeiten	56
43	Modellbildung: Modellreduktion	59
44	Modellbildung: Kraftantwort	59
45	Unwuchtidentifikation: L-Kurve	63
46	Unwuchtidentifikation: Indikatorfunktion	64

47	Unwuchtidentifikation: Wuchtqualität	67
48	Unwuchtidentifikation: Kriterien 1 und 2	70
49	Unwuchtidentifikation: Kriterien 3 und 4	71
50	Unwuchtidentifikation: Auswertung Lastfälle bei 10% Rauschen . . .	72
51	Unwuchtidentifikation: Auswertung Lastfälle gemittelt	73
52	Unwuchtidentifikation: Indikatorfunktion der Magnetlagermaschine .	75
53	Unwuchtidentifikation: Wellenschwingungen der Magnetlagermaschine	76
54	Unwuchtidentifikation: Indikatorfunktion der Gleitlagermaschine . . .	77
55	Unwuchtidentifikation: Lagerschwingungen der Gleitlagermaschine . .	78
56	Modellanpassung: Hoch und Auslauf	81
57	Modellanpassung: Gleitlagerkoeffizienten	85
58	Modellanpassung: Ablaufdiagramm	90
59	Modellanpassung: Numerische Simulation „Gleitlast“	94
60	Modellanpassung: Numerische Simulation, Parameter	95
61	Modellanpassung: Numerische Simulation „Magnetelast“	97
62	Modellanpassung: Numerische Simulation, Parameter	98
63	Ergebnisse: Ablaufdiagramm Modellgestütztes Auswuchten	101
64	Ergebnisse: FE-Modell Testrotor	102
65	Ergebnisse: Schwingungsanpassung Testrotor	103
66	Ergebnisse: Parameter Testrotor	104
67	Ergebnisse: Gleitlagerkoeffizienten Testrotor	106
68	Ergebnisse: Kontrolllauf Testrotor	108
69	Ergebnisse: Schwingungsanpassung „Gleitlast“	110
70	Ergebnisse: Parameterveränderung „Gleitlast“	111
71	Ergebnisse: Auswuchtergebnis „Gleitlast“	113
72	Ergebnisse: Schwingungsanpassung „Magnetelast“ im Werk	115
73	Ergebnisse: Parameter „Magnetelast“ im Werk	116
74	Ergebnisse: Auswuchten „Magnetelast“ im Werk	117
75	Ergebnisse: Schwingungen „Magnetelast“ auf der Anlage	118
76	Ergebnisse: Schwingungsanpassung „Magnetelast“ auf der Anlage . .	119
77	Ergebnisse: Parameter „Magnetelast“ auf der Anlage	120
78	Ergebnisse: Auswuchten „Magnetelast“ auf der Anlage	122

Symbole und Formelzeichen

Notation

<i>kursiv</i>	Skalar
fett , klein	Vektor
Fett , groß	Matrix

Symbole

\hat{a}	komplexe Größe
\mathbf{M}^T	transponierte Matrix
\mathbf{I}	Einheitsmatrix
j	imaginäre Einheit
$Re\{\hat{z}\}$	Realteil der Zahl \hat{z}
$Im\{\hat{z}\}$	Imaginärteil
$N^{m \times n}; R^{m \times n}; C^{m \times n}$	natürliche, reelle und komplexe Zahlenräume

Formelzeichen

c	$[N/m]$	Steifigkeit
d	$[Ns/m]$	Dämpfung
E	$[N/m^2]$	E-Modul
f	$[Hz]$	Frequenz
i	$[A]$	Stromstärke
k_i	$[N/A]$	Kraft-Strom-Konstante beim Magnetlager
k_x	$[N/m]$	Kraft-Weg-Konstante beim Magnetlager
m	$[kg]$	Masse
n	$[U/min]$	Drehzahl
n	$[-]$	Anzahl
$\hat{\mathbf{r}}$	$[m]$	Schwingungsvektor
$\hat{\mathbf{u}}$	$[kgm]$	Unwuchtenvektor
$\hat{\mathbf{E}}$	$[1/kg]$	Einflusszahlenmatrix
\mathbf{M}	$[kg]$	Massenmatrix
\mathbf{S}	$[N/m]$	Steifigkeitsmatrix
\mathbf{D}	$[Ns/m]$	Dämpfungsmatrix
\mathbf{G}	$[kg]$	Gyroskopiematrix
ϵ	$[m]$	Exzentrizität
δ	$[-]$	Genauigkeit
ρ	$[kg/m^3]$	Dichte
ρ	$[\%]$	Rauschniveau
ϕ_R, ϕ_L	$[-]$	Rechts- und Linkseigenvektoren
$\hat{\Phi}$	$[-]$	Modalmatrix
Ω	$[rad/s]$	Kreisfrequenz
ω	$[rad/s]$	Eigenkreisfrequenz

1 Einleitung

1.1 Problemstellung

Schwingungen in rotierenden Maschinen haben neben der Geräuschentwicklung eine Verkürzung der Lebensdauer zur Folge. Vor allem im Resonanzbereich können die Amplituden unzulässig hoch werden. Häufig sind die unwuchterregten, drehfrequenten Schwingungsanteile dominant. Diese werden z.B. durch unvermeidbare Fertigungstoleranzen, Erwärmung und Ausdehnung von Maschinenteilen oder durch montagebedingte Ausrichtungsfehler verursacht.

Abhilfe wird durch Auswuchten des ansonsten betriebsbereiten Rotors geschaffen. Es werden an definierten Stellen am Rotor Zusatzgewichte angebracht oder Material entfernt, um die durch Unwuchten verursachten, umlaufenden Kräfte auszugleichen und damit die Schwingungen zu minimieren.

Die bisher verwendeten Auswuchtverfahren sind in ihrer Anwendung aufwändig und führen nicht immer zu befriedigenden Ergebnissen. Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich daher mit der Entwicklung eines Verfahrens, welches diese Nachteile beseitigt. Es werden zwei voneinander unabhängige Modifikationen vorgestellt. Die Verwendung eines FE-Modells verkürzt die Dauer des Auswuchtprozesses. Die Unwuchtidentifikation hilft, das Auswuchtergebnis nachhaltig zu verbessern.

Gegenstand der vorliegenden Arbeit sind große Elektromotoren und -generatoren, meist in Sonderbauform. Die Betriebsdrehzahl der Maschinen ist durch prozessbedingte Parameter festgelegt und befindet sich in den meisten Fällen im Intervall von 1000 bis 6000 Umdrehungen pro Minute.



Abbildung 1: Typischer Rotor bei der Bearbeitung auf der Drehbank

1.2 Inhalt und Gliederung der Arbeit

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist die Entwicklung eines praktisch anwendbaren Auswuchtverfahrens. Der Praxisbezug wurde durch ständigen Abgleich der theoretischen Verfahrensvoraussetzungen mit den vorliegenden Verhältnissen am realen Objekt geschaffen. Hier spielen die Verfügbarkeit von Daten, Messgeräten und -orten, das Zeitfenster für die Messwertaufnahme, die Beobacht- und Messbarkeit von relevanten Einflüssen etc. eine entscheidende Rolle.

Für die Bearbeitung des Themas waren vorbereitende theoretische Untersuchungen auf den Gebieten „Modellbildung“, „Unwuchtidentifikation“ und „Modellanpassung“ erforderlich. Die entsprechenden Kapitel in dieser Arbeit werden von Ausführungen zum Stand der Technik, den Ergebnissen sowie einer Zusammenfassung ergänzt. Das auf diese Einleitung folgende Kapitel „Stand der Technik“ gibt einen Überblick über industriell etablierte Auswuchtverfahren und bestehende Verfahren zur Unwuchtidentifikation. Die Grenzen der jeweiligen Verfahren in Bezug auf die vorliegenden Verhältnisse engen die Auswahl auf das Einflusszahlenverfahren ein. Dieses wird etwas detaillierter erläutert und dient als Basis zur Weiterentwicklung. Das Kapitel zur „Modellbildung“ schafft wichtige Voraussetzungen für die Verwendung des FE-Modells im Auswuchtprozess. Nach einer Vorstellung aller rotordynamisch wichtigen Modellteile wird einzeln auf die dazu vorgenommenen Untersuchungen und deren Ergebnisse eingegangen.

Im Kapitel „Unwuchtidentifikation“ wird ein Verfahren zum Auswuchten vorgestellt. Dieses läßt eine Abschätzung über die axiale Lage der Unwuchten zu, wodurch die Qualität des Auswuchtergebnisses verbessert wird. Eine Unwuchtidentifikation kann sowohl mit rechnerisch erzeugten als auch experimentell ermittelten Einflusszahlen durchgeführt werden.

Die „Modellanpassung“ zielt darauf ab, bleibende Modellunsicherheiten während des Auswuchtprozesses zu eliminieren. Nach einer Übersicht über bereits bestehende Verfahren werden ausgewählte Ansätze weiterentwickelt und zu einem im Großmaschinenbau anwendbaren Verfahren zusammengefasst.

Im Kapitel „Ergebnisse“ wird zunächst eine Anleitung zur praktischen Anwendung des in dieser Arbeit entwickelten Verfahrens gegeben. Die praktische Eignung des Modellgestützten Auswuchtens wird an mehreren, rotordynamisch sehr unterschiedlichen Maschinen gezeigt. Zu diesem Zweck wurden Auswuchtvorgänge von realen Maschinen mit den neuentwickelten Methoden durchgeführt. Die Unterschiede von bisherigem und neuem Verfahren werden bezüglich Aufwand und Nutzen gegenübergestellt.

Die Arbeit schließt mit einer Zusammenfassung sowie einem Ausblick über aus Sicht des Verfassers sinnvolle, weitere Untersuchungen.

1.3 Vorstellung der behandelten Maschinen

Elastischer Rotor in 2 Gleitlagern

Eine der in dieser Arbeit verwendeten Maschinen ist eine Gasturbine mit einer Läufermasse von $m = 77\text{ t}$ und einer Länge von ca. $l = 10\text{ m}$, Abb. 2 zeigt das FE-Modell. Die im folgenden als „Gleitlast“ bezeichnete Maschine besitzt eine Nennleistung von $P_n = 281\text{ MW}$, die Betriebsdrehzahl liegt bei $n_n = 3000\text{ U/min}$. Die erste Biegeeigenfrequenz befindet sich bei etwa $n_1 = 1400\text{ U/min}$, die zweite kritische Drehzahl von $n_2 = 3400\text{ U/min}$ wird mit der Betriebsdrehzahl nicht erreicht.

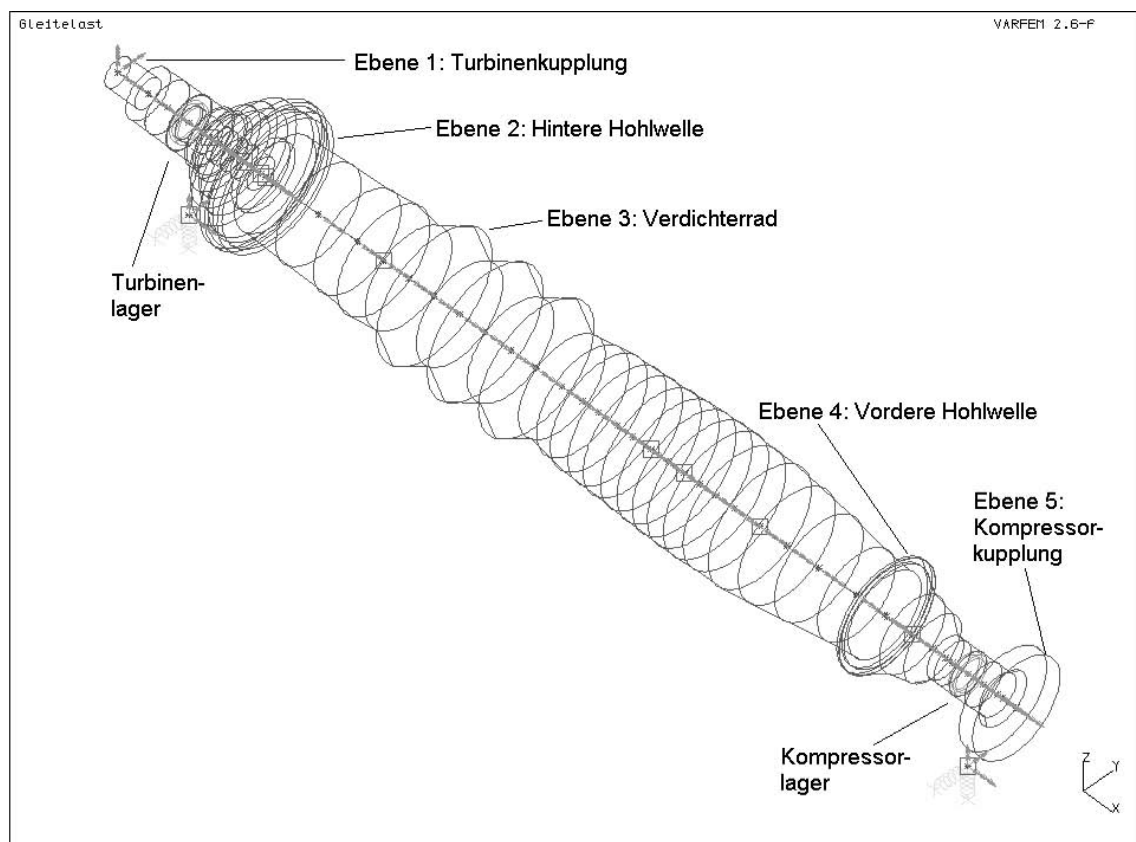


Abbildung 2: FE-Modell der überkritischen Gleitlagermaschine

Die Maschine besitzt eine Reihe von Auswuchtebenen, drei davon sind für die folgenden Untersuchungen interessant. In Ergänzung dazu wurden zwei weitere Ebenen am ersten und letzten Rotorknoten angenommen. Die axiale Lage sowie die Bezeichnungen der Ebenen zeigt Abb. 2.

Elastischer Rotor in 3 Magnetlagern

Der Schwerpunkt der Untersuchungen in dieser Arbeit stützt sich auf die Maschine „Magnetelast“. Diese ist dreifach magnetgelagert und damit statisch unbestimmt. Das Rotormodell sowie eine Auswahl der dort vorhandenen Auswuchtebenen zeigt Abb. 3. Es handelt sich um einen Synchronmotor mit einer Leistung von $P_n = 25 \text{ MW}$ und einem Drehzahlbereich bis $n_{max} = 6500 \text{ U/min}$. Der Motor wird auf einer Erdgasförderanlage betrieben. Der Läufer besitzt eine Länge von ca. $l \approx 6.3 \text{ m}$, die Masse beträgt ca. $m \approx 9 \text{ t}$. Die kritischen Drehzahlen befinden sich bei $n_1 = 2600 \text{ U/min}$, $n_2 = 3800 \text{ U/min}$ und $n_3 = 7300 \text{ U/min}$, so dass zum Erreichen der Nenndrehzahl zwei biegekritische Drehzahlen durchfahren werden müssen.

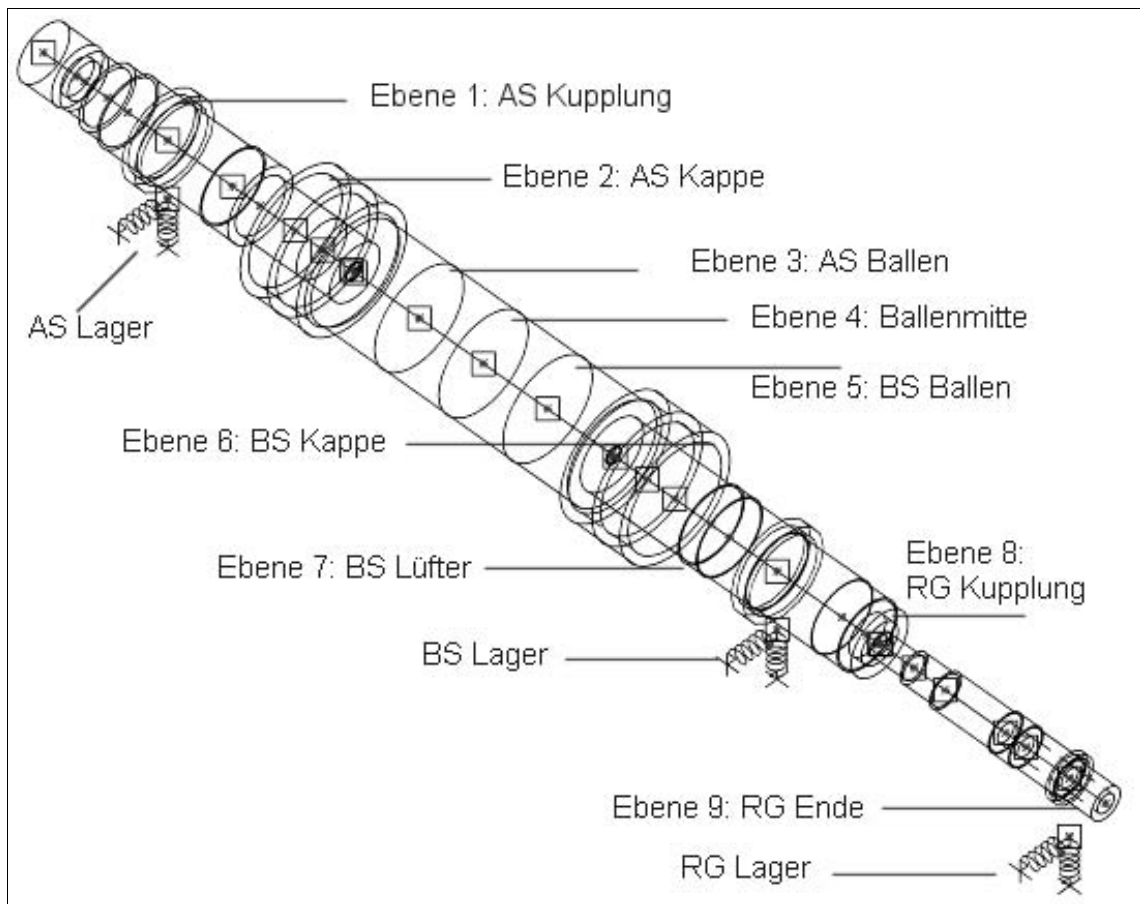


Abbildung 3: FE-Modell der Magnetlagermaschine

2 Stand der Technik

2.1 Graphisches Auswuchten am Beispiel des Lavalrotors

Der Lavalrotor besteht aus einer masselosen Welle mit einer Scheibe der Masse m in der Mitte, vgl. Abb. 4 links oben. Es ist eine Massenexzentrizität ϵ vorhanden, um die der Schwerpunkt der Welle vom Wellenmittelpunkt versetzt liegt. Daraus resultiert eine Unwucht $\hat{u} = \epsilon \cdot m$, welche Schwingungen und Kräfte in den Lagern verursacht [3, 4]. Das System lässt sich aufgrund seiner Einfachheit als Einmassenschwinger darstellen.

Die Schwingamplitude $|\hat{r}|$ besitzt in der Resonanz, also beim Zusammentreffen von Drehfrequenz Ω und Eigenfrequenz ω , ihr Maximum. Das dynamische Verhalten wird durch den Zusammenhang

$$|\hat{r}| = \epsilon \cdot \frac{\eta^2}{(1 - \eta^2) + 2 \cdot j \cdot D \cdot \eta} \quad (1)$$

mit $\eta = \frac{\Omega}{\sqrt{\frac{c}{m}}}$ und $D = \frac{d}{2 \cdot \sqrt{c \cdot m}}$

beschrieben, wobei $|\hat{r}|$ die Schwingamplitude, η das Verhältnis der Anregungsfrequenz Ω zur Eigenfrequenz ω und D das Dämpfungsmaß darstellen [1]. In der untenstehenden Grafik sind die Übertragungsfunktionen bei Variation von m , c und d aufgetragen. Die blaue Kurve wurde mit den Ausgangswerten erzeugt, die Resonanzfrequenz weicht nur geringfügig von der Eigenfrequenz $\omega = \sqrt{\frac{c}{m}}$ des ungedämpften Schwingers ab. Die Lage der Eigenfrequenz wird vor allem durch Masse und Steifigkeit bestimmt, für die Erzeugung der grünen und roten Kurven wurden diese Größen um jeweils 50% erhöht.

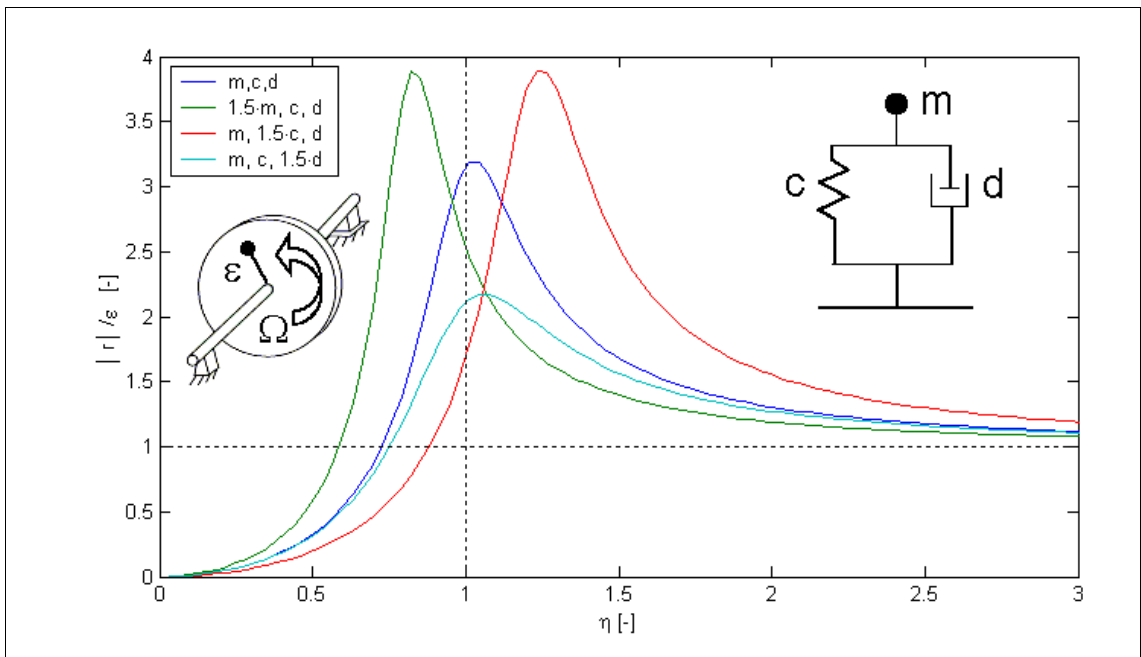


Abbildung 4: Skizze, dynamisches Verhalten und Ersatzmodell des Lavalrotors

Die Dämpfung hat nur einen geringen Einfluss auf die Eigenfrequenz und bestimmt vor allem die Breite der Resonanz. In allen Fällen nähert sich die Charakteristik oberhalb der Resonanz dem Amplitudenverhältnis von $|\hat{r}|/\epsilon = 1$ an. Die Umlaufbahn des Lavalrotors entspricht bei hohen Drehfrequenzen der Größe seiner Massenexzentrizität ϵ , der Rotor bewegt sich dort um sein Massenzentrum.

Die Unwucht \hat{u} wird durch ihren Betrag u sowie ihren Phasenversatz β gegenüber der Nullmarke am Rotor bestimmt. Eine übersichtlichere Darstellung ergibt sich durch die Verwendung komplexer Größen:

$$\hat{u} = u \cos(\beta) + j \cdot u \sin(\beta) \quad (2)$$

Auch die unwuchterregten Schwingungen lassen sich unter Verwendung der Schwingamplitude r und dem Phasenversatz θ als komplexe Zahl darstellen:

$$\hat{r} = r \cos(\theta) + j \cdot r \sin(\theta) \quad (3)$$

Die Linearität des Systems stellt eine Grundvoraussetzung für das Auswuchten dar. Beim Graphischen Auswuchten wird ein Umlauf durchgeführt und die Schwingungsantwort \hat{r}_U aufgrund der zunächst unbekannten Urunwucht \hat{u}_U gemessen. Ein Testlauf mit bekanntem Testgewicht \hat{u}_T liefert die Antwort \hat{r}_T aufgrund der gemeinsamen Belastung durch Testgewicht und Urunwucht. Es lässt sich nun ein komplexer Zeiger $\Delta\hat{r} = \hat{r}_T - \hat{r}_U$ bilden, der den alleinigen Einfluss des Testgewichts auf das Schwingungsverhalten beschreibt, Abb. 5 links.

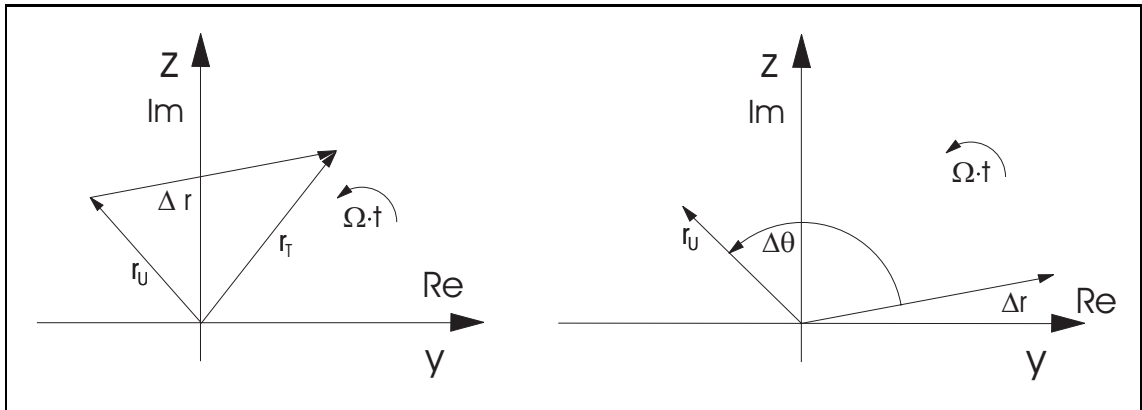


Abbildung 5: Graphisches Auswuchten des Lavalrotors, links: Testlauf, rechts: Bestimmung des Ausgleichsgewichts

Der Winkel $\Delta\beta$ zwischen der Urunwucht und dem Testgewicht am Rotor entspricht dem Winkel $\Delta\theta$ zwischen $\Delta\hat{r}$ und \hat{r}_U , vgl. Abb. 5 rechts. Der Betrag ergibt sich durch die einfache Verhältnisleichung $u_U = u_T \cdot \frac{r_U}{\Delta r}$. Die so bestimmte Urunwucht kann nun durch Anbringen eines Ausgleichsgewichtes ausgeglichen werden.

2.2 Modales Auswuchten

Das Modale Auswuchten setzt die Kenntnis der Eigenformen und anderen modalen Parameter des Rotors voraus. Diese werden i.A. dem Rechenmodell entnommen. Die komplexe Schwingungsantwort $\hat{r}(x_k, \Omega_i)$ des k-ten Knotens entlang der Längsachse des diskretisierten Rotors bei der Drehzahl Ω_i im mit $e^{j\Omega_i t}$ umlaufenden Koordinatensystem läßt sich für lineare Systeme als Linearkombination der zugehörigen Eigenformeinträge abbilden [6]:

$$\hat{r}(x_k, \Omega_i) = \sum_{n=1}^{2N} \phi_{R,n}(x_k) \cdot \frac{\eta_n^2}{m_n[1 - \eta_n^2 + 2jd_n\eta_n]} \cdot \hat{u}_n. \quad (4)$$

Die Gleichung stellt eine Erweiterung von Glg. (1) auf Strukturen mit mehreren Freiheitsgraden dar und enthält die Einträge der Rechtseigenvektoren $\phi_{R,n}(x_k)$ an den Rotorstützstellen x_k , das Frequenzverhältnis $\eta_n = \Omega_i/\omega_n$ der aktuellen Drehfrequenz zur n-ten kritischen Drehfrequenz, die verallgemeinerten modalen Massen m_n , die modale Unwucht \hat{u}_n und das generalisierte Lehrsche Dämpfungsmaß d_n . Unter der Voraussetzung, dass in der Nähe der n-ten Resonanzfrequenz ω_n die zugehörige Eigenform dominiert, lässt sich näherungsweise folgende Beziehung aufstellen:

$$\hat{r}(x_k, \Omega_i \cong \omega_n) = \phi_{R,n}(x_k) \cdot \frac{\eta_n^2}{m_n[1 - \eta_n^2 + 2jd_n\eta_n]} \cdot \hat{u}_n \quad (5)$$

Bei einer resonanznahen Drehzahl wird der Schwingungsausschlag nach Glg. (5) aufgrund der zunächst unbekannten generalisierten Unwucht \hat{u}_n an mindestens einer Messstelle des Rotors ermittelt. Der Ort der anzubringenden Zusatzunwuchten entlang der Längsachse des Rotors sowie deren Betragsverhältnis steht durch die Orthogonalität der Wuchtsätze bereits vorab fest. Nach der Messung stehen nun auch Betrag und Winkellage fest: entsprechend Gleichung (4) und entgegen der Winkellage des Schwingungsausschlags. In der Praxis läßt sich aus dem meist ungenauen Modell lediglich eine verlässliche Berechnung der Eigenformen ableiten. Der absolute Betrag der Ausgleichssetzung wird in diesen Fällen durch einen weiteren Messlauf bestimmt. Nach Anbringen der modalen Zusatzunwuchten wird die Differenz der Schwingungsausschläge $\Delta\hat{r}(x_k, \Omega_i \cong \omega_n)$ aufgrund der Veränderung des Unwuchtzustandes $\Delta\hat{u}_n$ gemessen, wobei darauf zu achten ist, dass die Messdrehzahlen möglichst exakt übereinstimmen. Die gesuchte Ausgleichssetzung $\hat{u}_{A,n}$ ergibt sich aus der durch das Verhältnis

$$\hat{u}_{A,n} = -\Delta\hat{u}_n \cdot \frac{\hat{r}(x_k, \omega_n)}{\Delta\hat{r}(x_k, \omega_n)} \quad (6)$$

bestimmbaren generalisierten Unwucht, wobei die entgegengesetzte Winkellage verwendet wird. Zum Teil wird eine Vorwuchtung bei niederen Drehzahlen vorgenommen, indem in 2 Ebenen Ausgleichsgewichte angebracht werden. Diese sollen die sogenannten Starrkörpereigenformen, also die Bewegungen des starren Rotors normal zu seiner Längsachse sowie Kippbewegungen in den Lagern beruhigen. Zum Ausgleichen der ersten Eigenform werden nach einem ersten Testlauf in den beiden bereits benutzten, sowie in einer weiteren Ebene Ausgleichsgewichte angebracht. Es ist darauf zu achten, dass die erreichte Starrkörperwuchtung nicht zerstört wird [3].

Diese Herangehensweise wird als Modales Auswuchten nach der $(N+2)$ -Theorie bezeichnet, da zur Beruhigung von N Eigenformen $(N+2)$ Auswuchtebenen benötigt werden. Wird kein Starrkörperausgleich vorgenommen, werden für N Eigenformen auch nur N Auswuchtebenen benötigt. Dieses Vorgehen wird als N -Theorie bezeichnet [2, 4], die Beruhigung der Starrkörpereigenformen erfolgt hier simultan beim Auswuchten der Biegeeigenformen. Die Entscheidung für die N - bzw. $(N+2)$ -Methode hängt vor allem davon ab, ob es schwieriger ist, beim Auswuchten die erste kritische Drehzahl anzufahren oder zwei zusätzliche Ausgleichsebenen vorzusehen. Ist die erste Kritische aufgrund der Dominanz von Starrkörpermoden nur schwer zu erreichen, empfiehlt sich ein vorangehendes Auswuchten bei niedrigen Drehzahlen. Eine Voraussetzung für die Anwendung des Modalen Auswuchtens ist die Existenz orthogonaler Auswuchtsätze, die jeweils nur eine einzige Eigenform beeinflussen. Orthogonalität läßt sich jedoch nur bei Entkoppelbarkeit der Systemgleichung erreichen, was u.a. bei Gleitlagerung nicht exakt erfüllbar ist. Ist eine Vereinfachung nicht gerechtfertigt, kann zum Bimodalen Auswuchten übergegangen werden, bei dem neben den Rechtseigenvektoren auch die Berechnung der Linkseigenvektoren aus dem transponierten Eigenwertproblem nötig ist. Dieses Verfahren ist in der Praxis sehr aufwändig und fehlerträchtig, so dass es sich in der Industrie nicht durchsetzen konnte.

Bei Berücksichtigung von Gleitlagern und Kreiselwirkung sind die Steifigkeits- und Dämpfungsmatrizen unsymmetrisch, drehzahl- und drehrichtungsabhängig. Die Eigenformen liegen nicht mehr in einer Ebene längs der Rotorachse, sondern bilden eine gewundene Linie, wodurch die Modalmatrix komplex wird. Eine Erweiterung des Verfahrens besteht im Quasi-Modalen Auswuchten. Dieses vereinfacht die Auswuchtprozedur, das Ergebnis ist allerdings meist unbefriedigend [2].

2.3 Einflusszahlenverfahren

Im Vergleich zum Modalen Auswuchten fällt die Theorie des Einflusszahlenverfahrens sehr einfach aus. Es wird keinerlei Information über das Rotormodell oder die Lage der Auswuchtebenen und Sensoren am Rotor benötigt. Einzige Voraussetzung ist die Linearität des Systems.

Die komplexen Schwingungsantworten $\hat{\mathbf{r}}(x_k, \Omega_i)$ an den K Sensoren und I Messdrehzahlen sind über eine Einflusszahlenmatrix $\hat{\mathbf{E}}(x_k, \Omega_i)$ linear mit den Schwingungsursachen, also den Urunwuchten gemeinsam mit den in den Auswuchtebenen angebrachten Testsetzungen $\hat{\mathbf{u}}$ verknüpft [2]:

$$\hat{\mathbf{r}}(x_k, \Omega_i) = \hat{\mathbf{E}}(x_k, \Omega_i) \cdot \hat{\mathbf{u}} \quad (7)$$

Die Einflusszahlenmatrix wird erzeugt, indem ein Umlauf ohne Testgewichte gefahren wird und danach für alle Auswuchtebenen die Schwingungsantworten auf Testgewichte bestimmt werden.

Beim Urlaub wird der Schwingungsvektor $\hat{\mathbf{r}}^U(x_k, \Omega_i)$ aufgrund der unbekannten Urunwucht $\hat{\mathbf{u}}^U$ an jedem Sensor gemessen. Bei einem ersten Testlauf mit einem bekannten Testgewicht \hat{u}_1^G in der ersten Auswuchtebene wird der Unwuchtzustand des Rotors gezielt verändert:

$$\hat{\mathbf{u}}_1^{UG} = \hat{\mathbf{u}}^U + \hat{\mathbf{u}}_1^G, \quad (8)$$

wobei $\hat{\mathbf{u}}_1^G$ den Nullenvektor mit dem Eintrag \hat{u}_1^G an der ersten Stelle bezeichnet. Der Einfluss der Urunwucht auf die Schwingungen läßt sich eliminieren, indem die Differenz von Testlauf und Urlaub bestimmt wird:

$$\hat{\mathbf{r}}_1^G = \hat{\mathbf{r}}_1^{UG} - \hat{\mathbf{r}}^U \quad (9)$$

Der Zusammenhang zwischen Testgewicht und gemessenen Schwingungen wird durch den Vektor an Einflusszahlen für die erste Auswuchtebene hergestellt:

$$\hat{\mathbf{r}}_1^G = \hat{\mathbf{e}}_1^G \cdot \hat{u}_1^G \quad (10)$$

Die Einträge $\hat{\mathbf{e}}_1^G$ der ersten Spalte der Einflusszahlenmatrix, also die Systemreaktionen auf das erste

Testgewicht, sind so gefunden. Sie werden z.B. für alle Messdrehzahlen untereinander und danach für alle Sensorpositionen ebenfalls untereinander in die erste Spalte der Matrix einsortiert. Bei Durchführung von Testläufen mit Einzeltestgewichten an allen zur Verfügung stehenden Auswuchtebenen läßt sich dann gemäß Glg. (7) die Einflusszahlenmatrix aufstellen:

$$\begin{pmatrix} \hat{r}_{1,1}^U \\ \hat{r}_{1,2}^U \\ \vdots \\ \hat{r}_{1,N}^U \\ \hat{r}_{2,1}^U \\ \vdots \\ \hat{r}_{K,N}^U \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{e}_{1,1,1} & \hat{e}_{2,1,1} & \cdots & \hat{e}_{M,1,1} \\ \hat{e}_{1,1,2} & \hat{e}_{2,1,2} & \cdots & \hat{e}_{M,1,2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \hat{e}_{1,1,N} & \hat{e}_{2,1,N} & \cdots & \hat{e}_{M,1,N} \\ \hat{e}_{1,2,1} & \hat{e}_{2,2,1} & \cdots & \hat{e}_{M,2,1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ e_{1,\hat{K},N} & e_{2,\hat{K},N} & \cdots & e_{M,\hat{K},N} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \hat{u}_1^U \\ \hat{u}_2^U \\ \vdots \\ \hat{u}_M^U \end{pmatrix} \quad (11)$$

Die gesuchte Auswuchtsetzung $-\hat{\mathbf{u}}^U$ wird bestimmt, indem die gemessene Schwingungsantwort des Urlaubs $\hat{\mathbf{r}}^U$ durch die Spalten der Matrix $\hat{\mathbf{E}}$ superponiert wird. Die Minimierung der Fehlerquadratsumme oder ein Optimierungsverfahren bilden dafür gängige Methoden.

Ein Vorteil des Verfahrens ist der geringe Aufwand bei der theoretischen Vorbeurteilung. Die gesamte Dynamik des Systems wird durch die Einflusszahlenmatrix repräsentiert. Der Kompliziertheitsgrad der Gesamtanlage, die Form des Rotors, die Anzahl der Lagerstellen und ähnliche Einflüsse, die in anderen Verfahren mühsam in Modellen abgebildet werden müssen, fließen automatisch über die Systemantwort in den Auswuchtprozess ein.

Nachteilig ist der hohe Aufwand bei der Erstellung von $\hat{\mathbf{E}}$. Ein weiterer Nachteil des Verfahrens liegt in der Gefahr, durch ungeschickte Testgewichtsetzungen nicht mehr alle Messdrehzahlen anfahren zu können. Der erfahrene Wuchttechniker wählt seine Auswuchtebenen bereits in Hinblick auf die erwartete Eigenform. Da jedoch die

Winkellage vorab nicht bekannt ist, erhöht das Testgewicht u.U. die Schwingungen. Zudem besteht eine Unsicherheit bzgl. der Größe der Testgewichte: werden sie zu klein gewählt, sinkt die Messgenauigkeit, sind sie zu groß, muss unter Umständen der Lauf abgebrochen werden.

Abb. 6 verdeutlicht das Prozedere. Umlauf und Testläufe werden bis zur höchsten gefahrlos anzufahrenden Drehzahl durchgeführt, danach erfolgt ein Unwuchtausgleich für diesen Drehzahlbereich. Ist damit die Nenndrehzahl noch nicht erreicht, muss die Matrix $\hat{\mathbf{E}}$ mit erweitertem Drehzahlbereich erneut bestimmt und eine neue Ausgleichssetzung berechnet werden.

Weitere Schwierigkeiten treten in der mathematischen Behandlung auf. Werden nahe beieinanderliegenden Auswuchtebenen mit ähnlicher Charakteristik verwendet, sind einzelne Spalten von $\hat{\mathbf{E}}$ linear abhängig, das Gleichungssystem wird singulär. Es ergeben sich Scheinlösungen, die nicht der vorliegenden Unwucht ähneln, die Größe der berechneten Ausgleichsgewichte kann sogar ein Mehrfaches der Rotormasse betragen.

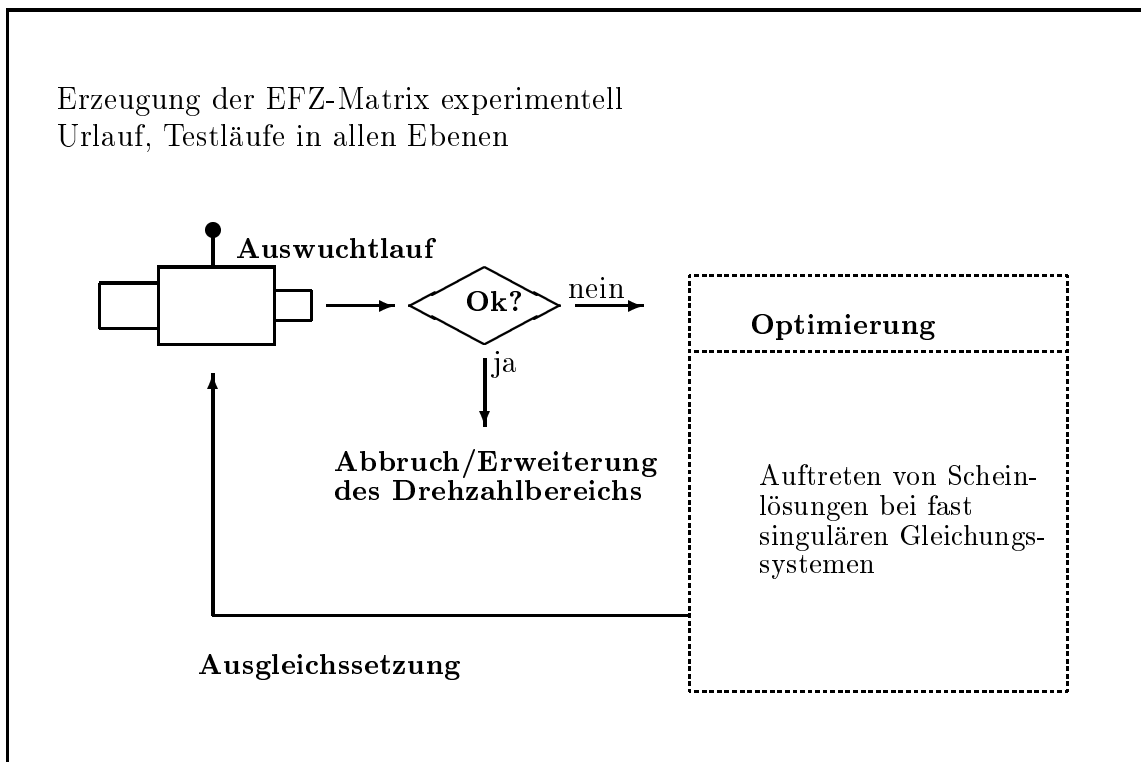


Abbildung 6: Auswuchten mit dem Einflusszahlenverfahren

2.4 Unwuchtidentifikation

Klassische Auswuchtverfahren ermitteln eine Unwuchtverteilung, bzw. Ausgleichsgewichtssetzung mit Hilfe eines Umlaufes und mehrerer Testläufe. Im Gegensatz dazu wird bei Identifikationsverfahren versucht, alle dafür nötigen Informationen aus Messläufen ohne Testgewichte zu erlangen. Der Zeitgewinn ist enorm, da die Testläufe, die bei ungünstig gewähltem Testgewicht aufgrund zu hoher Amplituden eventuell abgebrochen werden müssen, wegfallen. Der Rotor kann nach dem sukzessiven Anfahren aller Messdrehzahlen ausgewuchtet werden. Der Rechenaufwand ist im Vergleich zu den klassischen Methoden recht hoch, wodurch sich allerdings aufgrund der Leistungsfähigkeit der heutigen Computer kein Nachteil ergibt. Bereits 1961 wurde von Hübner ein Verfahren zur Unwuchtidentifikation aus der Messung der Lagerkräfte entwickelt [6]. Aufbauend auf den vorab berechneten Eigenfunktionen wurde eine Übertragungsmatrix entwickelt, in welcher allerdings Dämpfungs- und Kreiseffekte vernachlässigt wurden. Die Ungenauigkeit seines Rotormodells und der Schwingungsmessungen beim Umlauf sowie einige vereinfachende Annahmen verhinderten ein befriedigendes Auswuchtergebnis in der Praxis. Das Verfahren konnte sich gegenüber dem damals bereits etablierten Auswuchten nach Einflusskoeffizienten und der Modalen Methode industriell nicht durchsetzen. Ein weiterer Ansatz der Identifikation liegt in der Messung der Schwingungsantwort in Abhängigkeit von umschaltbaren Lagersteifigkeiten anstatt von Testgewichtsätzen [8]. Diese Herangehensweise ist bei Magnetlagerung prinzipiell möglich. Bei gleitgelagerten Rotoren ist allerdings das konstruktive Vorsehen einer solchen Umschaltmöglichkeit zu aufwendig [2]. Ein Identifikationsverfahren auf der Grundlage der Modalen Theorie wurde 1978 von Gasch und Drechsler vorgestellt und 1984 von Drechsler modifiziert:

2.4.1 Gasch-Drechsler-Verfahren

Gasch und Drechsler [6, 7] entwickelten in Anlehnung an das Modale Auswuchten ein Identifikationsverfahren, welches auf Eigenformen und generalisierte Massen aus Vorberechnungen aufbaute, um einen Ausgleichssatz für das Auswuchten einer Eigenform zu bestimmen. Die generalisierten Steifigkeiten und Dämpfungen sowie die Unwucht selbst wurden für die Identifikation freigegeben und in einem einzigen Lauf bestimmt.

Voraussetzung für das Verfahren war neben der Kenntnis der Eigenformen eine radial isotrope Lagerung. Die Schwingungsantworten des Systems wurden an mehreren Messstellen und bei mehreren Drehzahlen in Resonanznähe experimentell bestimmt und mit der dort dominierenden Eigenform des Rotors gemäß Gleichung (5) verglichen. Die nicht eigenformproportionalen Anteile wurden in zwei Fehlervektoren zusammengefasst, einem für die Anteile anderer Eigenformen und einem für die Messfehler. Es wurde dabei die Annahme benutzt, dass sich ein Rotor in Resonanz wie ein

Einmassenschwinger verhält. Die Anteile der Schwingungen, die nicht der jeweiligen Eigenform zuzuordnen sind, verändern sich in Betrag und Phase aufgrund des großen Drehzahlabstands zu ihrer Resonanz nur sehr wenig. Unter der Voraussetzung einfacher Verhältnisse war deshalb bei mehrfacher Messung in der Nähe einer kritischen Drehzahl tatsächlich eine Filterung möglich.

Mit der Methode der Minimierung der Fehlerquadratsumme wurden so die Schwingungsausschläge bereinigt, wobei im folgenden ein konstanter Restfehlervektor angenommen wurde. Die Bereinigung der Ausschläge verlangte allerdings je nach Kompliziertheitsgrad des Rotors eine größere Anzahl von Messstellen, da sich nur so die Charakteristik der jeweiligen Eigenform sicher erkennen ließ. Für jede Messdrehzahl in der Nähe einer Resonanzstelle wurde nun die Systemgleichung

$$(-\Omega^2 m_m + j\Omega d_m + c_m)(r_m - r_0) = \Omega^2 \hat{u}_m \quad (12)$$

mit den modalen Massen, Steifigkeiten und Dämpfungen m_m , c_m , d_m , der modalen Unwucht u_m und dem modalen Freiheitsgrad r_m abzüglich dem Fehler r_0 aufgestellt und nach den einzigen bekannten Größen $\Omega^2 \cdot m_m \cdot r_m$ aufgelöst. Nach der Überführung der Gleichungen in eine pseudolineare Matrizengleichung wurden die anderen Werte durch Iterieren und Minimieren der Fehlerquadratsumme bestimmt. Die Messung an weiteren Rotorstellen sowie die wiederholte Messung bei gleichen Drehzahlen dienten dabei zur Minimierung der Fehler.

An einem kleinen Versuchsrotor konnten so gute Ergebnisse erzielt werden. Das Verfahren wurde ohne Modifikationen bei moderatem Auswuchterfolg auch an einem gleitgelagerten Versuchsrotor angewandt. Drechsler erweiterte das Verfahren, so dass auch Einflüsse anderer Eigenformen in der Schwingungsantwort berücksichtigt wurden. Weiterhin wurde ein konstanter Schlag, d.h. eine Vorverkrümmung der Welle, mit in die Betrachtung einbezogen.

Neben der Verifikation an einem Versuchsrotor unter Laborbedingungen wurde das Verfahren interessanterweise an einem 600 MW Generatorläufer der Masse von 83t getestet. Da allerdings wichtige Daten, etwa der Auswuchtradius der Testsetzungen, die Phasenlage der Messung sowie die verwendete Ausgleichssetzung fehlten, konnte die Richtigkeit der Identifikation nicht überprüft werden. Es wurde allerdings folgende Überlegung angestellt: Die Differenz der aus zwei aufeinanderfolgenden Wuchtläufen identifizierten Unwuchten muss der Unwucht entsprechen, die aus der Differenz der Schwingungsausschläge der beiden Läufe identifiziert wird. Durch die recht genaue Übereinstimmung ergab sich ein Hinweis auf die Richtigkeit der Identifikation.

2.4.2 Instationäres Verfahren nach Seidler

Basierend auf Markerts Arbeiten zum instationären Auswuchten [9, 10] wurde von Seidler [11] ein Identifikationsverfahren vorgestellt. Unter Kenntnis der Eigenformen wurde dort eine Verarbeitung der Schwingungs- und Drehwinkelmessdaten eines instationären Hochlaufes zur Unwuchtbestimmung benutzt. Die Vorwärtsrechnung, also die Berechnung der theoretischen Schwingungsdaten, wurde mittels Superposition der Eigenformen nach der Modalen Theorie entsprechend Gleichung (4) durchgeführt. Es wurde eine Reihe von vereinfachenden Annahmen benutzt. Zu nennen wäre die Einschränkung der Lage der zu identifizierenden Unwucht auf die Ausgleichsebenen, eine radial isotrope, konservative Lagerung, die Vernachlässigung von Kreiselwirkung sowie das Vorliegen von Proportionaldämpfung.

Die Identifikation erfolgte als iterativer Vorgang, zunächst wurden Startwerte für die Eigenfrequenzen und modalen Dämpfungen vorgegeben, um mit der Linearen

Ausgleichsrechnung eine Unwucht zu bestimmen. Dabei wurde die Lage der Eigenfrequenzen als Lage der Resonanzspitzen in der Messung bestimmt. Die Breite und Höhe dieser Resonanzspitzen gaben dann Anhaltspunkte über die Größe der Dämpfung und den Betrag der Unwucht. Stimmt das Ergebnis der Modellierung nur ungenügend mit der Messung überein, wurden die drei Parameter Eigenfrequenz, Dämpfung und Unwuchtzustand gemeinsam für die Identifikation freigegeben. Das Verfahren wurde an einem einfachen Modellrotor getestet, es wurden gute Auswuchtergebnisse erzielt. Der Einfluss von Gleitlagerung wurde lediglich am Rechenmodell getestet, wobei keine Modifikation im Verfahren vorgenommen wurde. Auch hier konnten gute Ergebnisse erzielt werden.

2.4.3 Identifikationsverfahren nach Belz und Kreuzinger-Janik

Belz [8] berücksichtigte in seinem Verfahren ausdrücklich das Auftreten nichtsymmetrischer und auch drehzahlabhängiger Systemmatrizen und stützte sich daher im Wesentlichen auf das Bimodale Auswuchten nach [2]. Es wurde mit einer gemessenen Frequenzgangsmatrix gearbeitet, aus welcher die modalen Rotorparameter extrahiert wurden. Das Identifikationsverfahren setzte eine Modalanalyse bei drehender Maschine voraus, so konnten die Auswirkungen der frequenzabhängigen Gleitlagereigenschaften und der Kreiselwirkung auf die Frequenzgangsmatrix bestimmt werden. Das Verfahren wurde von Kreuzinger-Janik an einem Versuchsstand mit Magneterreger verifiziert [12].

Der Verfahrensablauf gliederte sich im Wesentlichen in drei Schritte. Zunächst wurden die Frequenzgänge des Systems bei festen Rotordrehzahlen identifiziert, indem Anregungs- und Messort sowie die Anregungsfrequenz des Magneterregers variiert wurden. Im zweiten Schritt wurden aus den Frequenzgängen die modalen Parameter des Systems zu jeder Drehfrequenz ermittelt. Schließlich konnte mittels der abgeschnittenen Singulärwertzerlegung aus den modalen Parametern sowie den gemessenen unwuchterregten Schwingungen die Unwucht am Rotor identifiziert werden. Die simultane Berücksichtigung mehrerer Rotordrehzahlen ermöglichte einen statistischen Fehlerausgleich für die Bestimmung der Unwucht, die ja bekanntlich drehzahlunabhängig ist. Das Verfahren wurde von Kreuzinger-Janik erfolgreich an numerisch erzeugten Daten und auch an einem Versuchsrotor getestet.

2.4.4 Identifikation als inverses Problem

Ramlau ging in seinen Betrachtungen von einem Flugtriebwerksmodell aus [13]. Dieses bestand aus einer Welle mit aufgesetzten Scheiben und wurde über Federn und Dämpfer innerhalb einer Röhre gelagert, welche ihrerseits mit Federn auf dem Untergrund befestigt war. Die Verwendung von Quetschöldämpfern zwischen Welle und Röhre führte zu einer Nichtlinearität, die eine Behandlung des Problems mit der linearen Theorie unmöglich machte.

Es wurden an allen Rotorknoten Unwuchten zugelassen, das Auftreten von nur wenigen Resonanzen innerhalb des betrachteten Drehzahlbereichs ließ nach der Modalen Theorie eine Auswuchtung jedoch in lediglich N bzw. $N+2$ Ebenen zu.

Das für das Auswuchten herangezogene Gleichungssystem wurde aus dem FE-Modell

erzeugt und lehnte sich an die Einflusszahlenmethode an. Die Nichtlinearität erforderte an dieser Stelle ein iteratives Vorgehen. Das Gleichungssystem besaß durch die große Anzahl von Drehzahlen zwar deutlich mehr Gleichungen als Unbekannte, die Gleichungen waren durch die wenigen durchfahrenen Resonanzen jedoch fast linear abhängig. Dieser geringe Informationsgehalt schlug sich in einer schlechten Konditionierung des Gleichungssystems nieder.

Mit der Anwendung der Tikhonov-Regularisierung in Verbindung mit dem Morozov'schen Diskrepanzprinzip wurden die mathematischen Instabilitäten behoben. Das Verfahren wurde erfolgreich an simulierten Messdaten getestet.

2.5 Bewertung der Verfahren nach praktischer Anwendbarkeit

Die in dieser Arbeit betrachteten Rotoren weisen aufgrund der Gleitlager unsymmetrische und drehzahlabhängige Systemmatrizen auf. Der Einfluss der Kreiselwirkung ist aufgrund der vorherrschenden Rotorgeometrien gering, die Gleitlager sowie der Unterbau weisen anisotrope Eigenschaften auf. Der Vergleich zwischen Rechnung und Messung zeigt große Unterschiede. Dafür sind zum Einen die recht starken Vereinfachungen im Rechenmodell sowie Annahmen über unbekannte Parameter verantwortlich. Zum Anderen bestehen Unsicherheiten in der Messung, eine Läuferverkrümmung durch Erwärmung führt beispielsweise zu einer bisher nicht abschätzbaren Unwuchtveränderung. Die Messungen sind nicht immer reproduzierbar, zudem ist meist ein deutlicher Unterschied zwischen Hoch- und Auslauf zu erkennen.

Durch die Anisotropie der Lager sowie die Dämpfung lassen sich, wie Untersuchungen in der Vergangenheit gezeigt haben, keine orthogonalen Wuchtsätze angeben. Die Anwendung des Bimodalen Verfahrens erzeugte keine befriedigenden Ergebnisse.

Aufgrund des Kompliziertheitsgrads der auszuwuchtenden Rotoren und der nicht ausreichenden Modellgenauigkeit wurde bislang die Einflusszahlenmethode zum Auswuchten verwendet. Die Praxis hat gezeigt, dass auch dieses Verfahren nur nach langwierigen Testläufen mit viel Erfahrung des Auswuchtpersonals zu befriedigenden Ergebnissen führt.

Das Gasch-Drechsler-Verfahren ist bei Gleitlagerung nur bedingt anwendbar und setzt zudem die messtechnische Erfassung der Eigenformen voraus. Die in Seidlers instationärem Verfahren vorgenommenen Vereinfachungen im Rotormodell lassen eine praktische Anwendung im geschilderten Umfeld als nicht zielführend erscheinen. Die Herangehensweise nach Belz und Kreuzinger-Janik ist die rotordynamisch interessanteste der vorgestellten Verfahren. Die Bereitstellung eines Magneterregers sowie die Notwendigkeit der Durchführung von Modalanalysen führten jedoch zu einem unzulässig hohen Aufwand.

In dieser Arbeit wird auf die Grundzüge des Einflusszahlenverfahrens zurückgegriffen. Die Formulierung eines inversen Problems erscheint in Hinsicht auf die beobachteten mathematischen Schwierigkeiten als aussichtsreich. Auf diese Art soll der Einfluss der Testunwuchten an den Ausgleichsebenen voneinander getrennt werden, um eine Abschätzung der axialen Lage der Unwucht anzugeben.

3 Modellbildung

3.1 Einführung

Das Kapitel „Modellbildung“ befasst sich mit der Erstellung einfacher, aber dynamisch ausreichend genauer Maschinenmodelle. Auf der Grundlage der FEM werden rechnerische Abbilder erzeugt, die in ihrer Struktur möglichst vollständig und damit konsistent sind. Modellunsicherheiten verbleiben als Unsicherheiten in Parametern, nicht in der Modellstruktur.

Den zentralen Bestandteil des Maschinenmodells bildet der Rotor, welcher aus Balkenelementen aufgebaut wird. Knoten werden an Durchmessersprüngen, an den Lager- und Sensorstellen, an den Ausgleichsebenen und bei Anbauteilen vorgesehen. Letztere tragen nicht zur Steifigkeit, wohl aber zur Massenverteilung des Rotors bei und werden als Zusatzmassen und -massenträgheitsmomente modelliert. Komplizierte Querschnitte, z.B. im Ballenbereich für die Wicklungsnuten, werden als runde Ersatzquerschnitte gleicher Biegesteifigkeit modelliert, vgl. Abb 7.

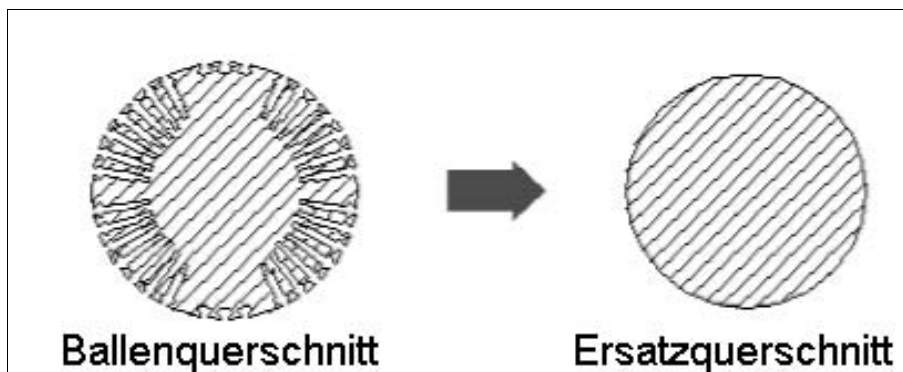


Abbildung 7: Äquivalenter Ersatzquerschnitt für komplizierte Ballengeometrien

Die Modellierung von Gleit- und Magnetlagern erfolgt durch Abbildung der komplexen Übertragungsfunktionen als frequenzabhängige Federn und Dämpfer. Die darunterliegenden Maschinenkomponenten werden vereinfacht durch ein Feder- und Massensystem abgebildet. Der Unterbau ist so komplex und zudem von Maschine zu Maschine dermaßen unterschiedlich, dass aus Aufwandsgründen von einer detailgetreuen Modellierung abgesehen wird. In der Praxis stützt man sich auf die Herstellerangaben für die Steifigkeit des Lagergehäuses in zwei Richtungen, die mit-schwingende Masse wird grob abgeschätzt. Für die Steifigkeiten von Grundrahmen und Fundament existieren bisher lediglich Abschätzungen ihrer Größenordnungen. Abb. 8 zeigt die Modellkomponenten anhand einer fiktiven Beispielmachine. Der Rotor wurde aus Balkenelementen (braun) aufgebaut, Zusatzmassen und -trägheitsmomente sind als grüne Vierecke auf den Knoten angedeutet. Die Gleitlager (gelb) umschließen den Rotor. Auf dem Knoten direkt unterhalb befindet sich die halbe Lagerbockmasse, woran sich die Feder für die Lagerbocksteifigkeit (rot) anschließt. Die sich anschließend nach unten fortsetzenden Federn modellieren die Grundrahmen- und Fundamentsteifigkeiten. Der gesamte Federstapel besitzt Steifigkeitseigenschaften sowohl in horizontaler als auch vertikaler Richtung, obwohl teilweise nur die vertikale Feder dargestellt ist.

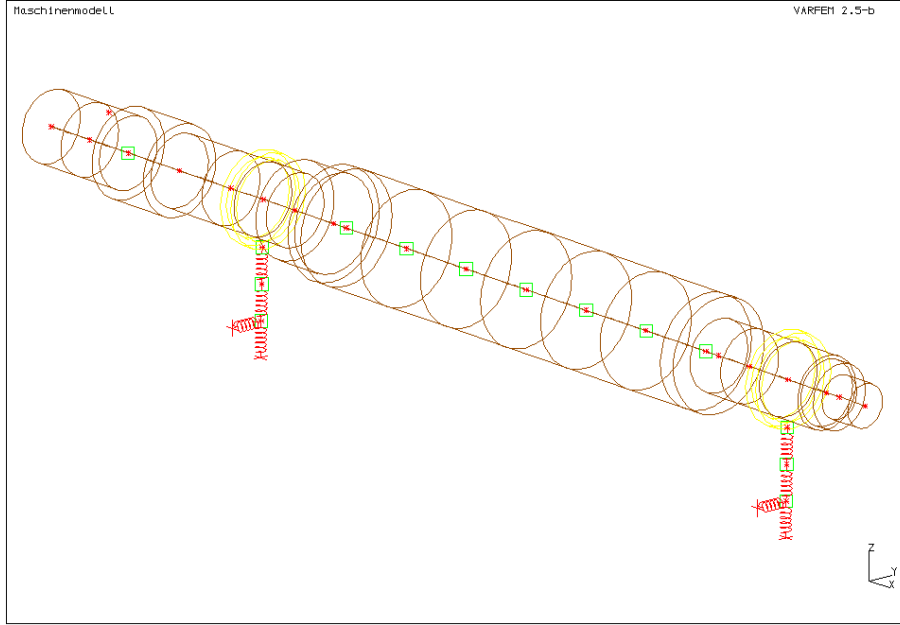


Abbildung 8: Rotordynamisches Modell einer fiktiven Beispielmachine

Aufbauend auf dieser Modellkonfiguration wird die Schwingungsantwort $\hat{\mathbf{r}}$ auf eine unbekannte Unwuchtverteilung $\hat{\mathbf{u}}$ durch eine algebraisierte DGL vom Typ

$$\begin{aligned} \left[-\Omega^2 \cdot \mathbf{M} + j\Omega \cdot (\Omega \cdot \mathbf{G} + \mathbf{D}(\Omega)) + \mathbf{S}(\Omega) \right] \cdot \hat{\mathbf{r}} &= \Omega^2 \cdot \hat{\mathbf{u}} \\ \hat{\mathbf{S}}_{dyn}(\Omega) \cdot \hat{\mathbf{r}} &= \Omega^2 \cdot \hat{\mathbf{u}} \\ \mathbf{M}, \mathbf{G}, \mathbf{D}, \mathbf{S} &\in \mathbb{R}^{n \times n}; \quad \hat{\mathbf{r}}, \hat{\mathbf{u}} \in \mathbb{C}^{n \times 1}; \quad n \approx 300 \end{aligned} \quad (13)$$

beschrieben. \mathbf{M} ist die Trägheitsmatrix, \mathbf{G} stellt den Einfluß der Gyroskopie dar, \mathbf{D} steht für die Dämpfungs- und \mathbf{S} für die Steifigkeitsmatrix. Die letzteren beiden sind durch die Gleitlagerung von der Kreisfrequenz Ω des Rotors abhängig.

Beim Auswuchten muß die unbekannte, über den gesamten Rotor verteilte Unwucht $\hat{\mathbf{u}}$ durch wenige Einzelunwuchten $\hat{\mathbf{u}}_w$ kompensiert werden. Deren Zuordnung auf die einzelnen Freiheitsgrade wird durch die Sortiermatrix \mathbf{P}_w bewerkstelligt:

$$\hat{\mathbf{S}}_{dyn}(\Omega) \cdot \hat{\mathbf{r}} = \Omega^2 \cdot \left[\hat{\mathbf{u}} + \mathbf{P}_w \cdot \hat{\mathbf{u}}_w \right]; \quad \mathbf{P}_w \in \mathbb{C}^{n \times w}; \quad \hat{\mathbf{u}}_w \in \mathbb{C}^{w \times 1}; \quad w \approx 3 \dots 8 \quad (14)$$

Zudem sind nur wenige der n Freiheitsgrade $\hat{\mathbf{r}}$ messbar. Die gemessenen Freiheitsgrade $\hat{\mathbf{r}}_g$ werden durch die Sortiermatrix \mathbf{P}_g extrahiert.

$$\hat{\mathbf{r}}_g = \mathbf{P}_g \cdot \hat{\mathbf{r}}; \quad \mathbf{P}_g \in \mathbb{C}^{s \times n}; \quad \hat{\mathbf{r}}_g \in \mathbb{C}^{s \times 1}; \quad s < 10 \quad (15)$$

Die gemessene Schwingungsantwort $\hat{\mathbf{r}}_g$ des urunwichtigen Läufers ist demnach

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{r}}_g &= \mathbf{P}_g \cdot \hat{\mathbf{S}}_{dyn}^{-1}(\Omega) \cdot \Omega^2 \cdot \hat{\mathbf{u}} \\ \hat{\mathbf{H}}(\Omega) &= \mathbf{P}_g \cdot \hat{\mathbf{S}}_{dyn}^{-1}(\Omega) \cdot \Omega^2 \\ \hat{\mathbf{r}}_g &= \hat{\mathbf{H}}(\Omega) \cdot \hat{\mathbf{u}}; \quad \hat{\mathbf{H}} \in \mathbb{C}^{s \times n} \end{aligned} \quad (16)$$

3.2 Rotormodell

Die Modellierung des Rotors wurde bisher als genügend genau angenommen. Versuche an frei-frei in Kranseilen aufgehängten Rotoren zeigten jedoch Unterschiede beim Vergleich von Messung und Rechnung. Im folgenden werden die theoretischen Untersuchungen sowie deren experimentelle Überprüfung vorgestellt.

3.2.1 Theoretische Untersuchungen

Einführung der 45°-Regel zur Steifigkeitsreduktion

Die FEM verteilt die Steifigkeit der Balkenelemente auf Matrixeinträge, die den angrenzenden Knoten zugeordnet sind [14]. Abb. 9 zeigt einen Fall, bei dem diese Vorgehensweise zu Ungenauigkeiten führt.

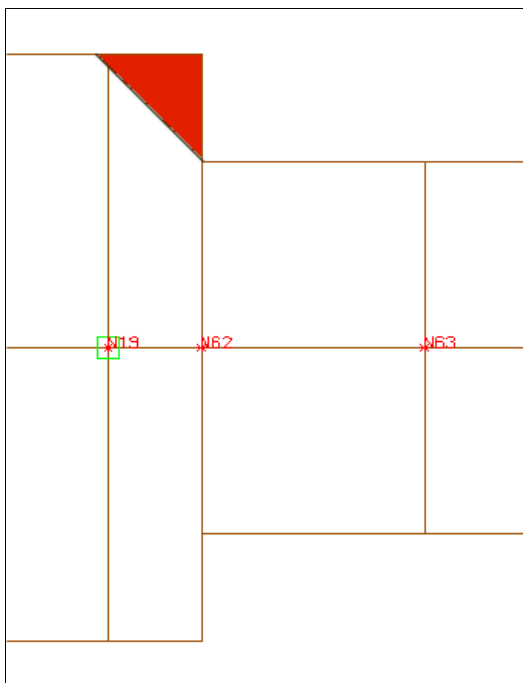


Abbildung 9: Modellierung von Durchmessersprüngen mit der 45°-Regel

Anhand der Vergrößerungsansicht des Beispielrotors aus Abb. 8 wird die Modellierung des Durchmessersprungs am Knoten 62 verdeutlicht. Der zugehörige Matrixeintrag setzt sich aus dem Steifigkeitsanteil des dickeren, linken Balkens und dem des dünneren, rechten Balkens zusammen. Dieser Matrixeintrag ist damit kleiner als der des linken Nachbarknotens 19, aber größer als der des rechten Nachbarknotens 63. Diese Vorgehensweise unterstellt, dass der Steifigkeitsübergang am Knoten 62 einem Balkenstück mittleren Durchmessers entspräche. Die erwartete Tragwirkung am realen Querschnitt entspricht jedoch nur der des kleineren Durchmessers. Bei kleinen Durchmessersprüngen ist diese Vereinfachung gerechtfertigt, sie führt bei größeren Sprüngen allerdings zu deutlichen Eigenfrequenzabweichungen.

Der obere Teil des Bildes zeigt eine Möglichkeit zur Umgehung des Problems.

Das linke, dickere Element wird als Konus unter Beachtung der 45°-Regel modelliert. Die Tragwirkung reduziert sich so auf den kleineren Querschnitt. Der Steifigkeitsverlauf im linken Element wird durch die Ansatzfunktion des Konuselements bestimmt, der abgeschnittene Restquerschnitt trägt nicht zur Steifigkeit bei. Um die Massenverteilung am Rotor nicht zu beeinflussen, wird der Restquerschnitt unter Beibehaltung seiner Form als Hohlwelle mit Innenkonus modelliert, wobei für das Material die Dichte beizubehalten, der E-Modul jedoch zu 0 zu setzen ist.

Die Vorgehensweise kommt u.a. beim Turbinenbau der Siemens PG in Mühlheim seit den 1990er Jahren zum Einsatz. Schwierigkeiten bei der Umsetzung im Modell sind zu erwarten, wenn der Konus, wie auch hier gezeigt, über das nächste Element hinausreicht. Es muss dann entweder der Folgeknoten verschoben werden oder der Konus wird über zwei Elemente verteilt.

Einführung eines komplexen E-Moduls

Bei rotordynamischen Berechnungen wird gemeinhin angenommen, dass die gesamte Dämpfung im System aus der Lagerung resultiert. Diese Vereinfachung ist in den meisten Fällen gerechtfertigt, zumindest überwiegt die Lagerdämpfung gegenüber der Materialdämpfung im Rotor. Für die Versuche am frei-freien Rotor war es jedoch aufgrund der fehlenden Lagerung wichtig, ein Modell für die Dämpfung im Rotor zu entwickeln, um die Frequenzbreiten der gemessenen Resonanzen realitätsgetreu wiedergeben zu können. Zudem sollten die Schwingamplituden in der Resonanz nicht unendlich groß berechnet werden, sondern sich als Funktion der Größe der eingeleiteten Kraft abbilden lassen.

Lazan stellt in [16] eine frequenzunabhängige Hysteresedämpfung vor. Diese bestimmt sich in Abhängigkeit der Steifigkeit, ist jedoch nicht mit der bekannten Bequemlichkeitshypothese, etwa in [1] beschrieben, gleichzusetzen. Das dort verwendete Dämpfungsmodell erzeugt die Dämpfungsmatrix in Gleichung (13) über konstante Faktoren aus der Massen- und Steifigkeitsmatrix:

$$\mathbf{D} = \alpha \cdot \mathbf{M} + \beta \cdot \mathbf{S} \quad (17)$$

Im Gegensatz dazu wird hier ein komplexer E-Modul verwendet. Der E-Modul erhält einen imaginären Anteil, die Steifigkeitsmatrix wird komplex:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{S}} &= \mathbf{S} + j \cdot \gamma \cdot \mathbf{S} \\ \left[-\Omega^2 \cdot \mathbf{M} + j\Omega \cdot (\Omega \cdot \mathbf{G} + \mathbf{D}) + \hat{\mathbf{S}} \right] \cdot \hat{\mathbf{r}} &= \Omega^2 \cdot \hat{\mathbf{u}} \end{aligned} \quad (18)$$

Der resultierende Dämpfungseffekt steigt damit nicht wie bei \mathbf{D} mit der Anregungsfrequenz, und ist damit den Schwingungsausschlägen statt deren Geschwindigkeiten proportional. Die Größe des Imaginärteils des E-Moduls wird Werkstofftabellen, ebenfalls in [16], entnommen.

Bleibende Unsicherheiten

Die Rotormodellierung mit Biegebalken bewirkt durch die damit einhergehenden Vereinfachungen Unsicherheiten. So ist bislang keine sichere Bewertung des Steifigkeits- und Dämpfungseinflusses der elektrischen Wicklungen möglich. Auch bei den Anbauteilen ist z.T. nicht auszuschließen, dass sie zur Steifigkeit des Rotors beitragen.

Es wird aus Aufwandsgründen darauf verzichtet, die exakte Masse der Wicklungen und Harztränkungen zu bestimmen, so dass selbst die Bestimmung der Massenverteilung auf Annahmen beruht. Dieser Umstand wird dadurch verstärkt, dass die Dichte des Stahls selbst nur bis auf $\delta \approx 1\%$ Genauigkeit bekannt ist. Der E-Modul des Stahls ist sogar nur mit einer Genauigkeit von etwa $\delta \approx 10\%$ bekannt, so dass auch die Steifigkeitsverteilung nur bis auf einen skalaren Anpassungsfaktor bestimmt ist.

Die Kappen an den Ballenenden dienen der Aufnahme der Wickelköpfe und werden auf den Rotor aufgeschrumpft. Im FE-Modell werden sie als Biegebalken mit einer Schubstarren Verbindung zum Rotor abgebildet. Unter Fliehkrafteinfluss während der Rotation ist davon auszugehen, dass sich der Kappensitz aufweitet, so dass diese Annahme nicht mehr gerechtfertigt ist.

3.2.2 Experimentelle Validierung

Versuchsaufbau

An frei-frei gelagerten Rotoren wurde eine Reihe von Experimenten durchgeführt, die wichtigsten werden hier vorgestellt. Der Versuchsaufbau zur experimentellen Bestimmung der dynamischen Rotoreigenschaften erfolgte einheitlich für alle Versuchsobjekte. In Abb. 10 ist beispielhaft der komplettierte Gesamtläufer der Magnetlagermaschine „Magnetelast“ dargestellt. Der einbaufertige Läufer mit Wicklung und Anbauteilen wurde waagrecht in Kranseilen aufgehängt, um dessen Übertragungsverhalten zu untersuchen. Dabei standen die Ermittlung der Eigenfrequenzen, der Dämpfung und die Untersuchung des Übertragungsverhaltens entsprechend der eingeleiteten Kraft im Vordergrund.

Über einen Schwingerreger wurden horizontal dynamische Kräfte eingeleitet und mit Hilfe einer Kraftmessdose quantifiziert. Die resultierenden Schwingungen wurden mit Beschleunigungssensoren gemessen. Da die Aufhängung aufgrund der großen Seillänge keine nennenswerten Horizontalkräfte in das Messobjekt einleiten konnte, ist die Annahme einer frei-freien Lagerung gerechtfertigt. Die Schwingungsmessung lieferte in einem Frequenzbereich von 1 Hz in $\frac{1}{3}\text{ Hz}$ Schritten bis 1 kHz brauchbare Ergebnisse an 46 Messpunkten. Um einen Fehlerausgleich zu ermöglichen, wurde neben Messort und Anregungsfrequenz auch der Anregungsort variiert.

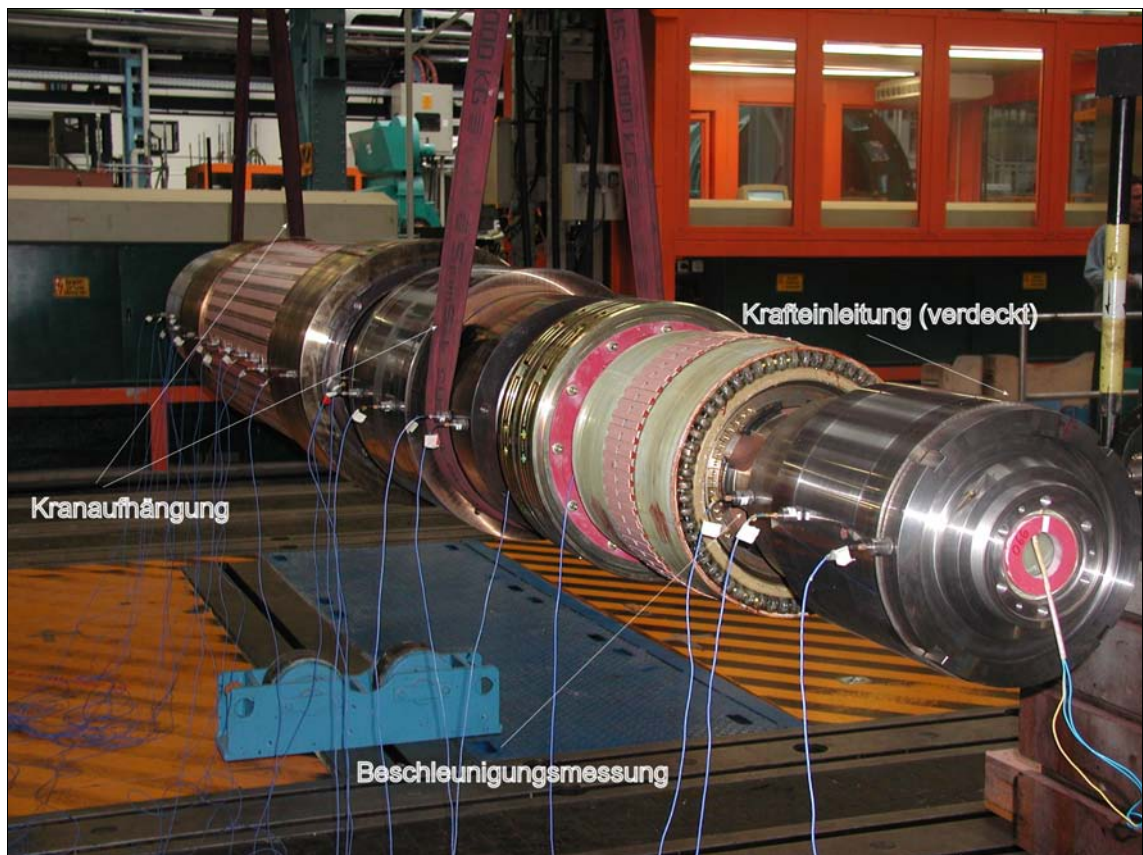


Abbildung 10: Versuchsaufbau bei der Untersuchung des Übertragungsverhaltens des frei-freien Rotors in Kranseilen

Einfachster Rotor: Tränkwelle

Die Auswahl der Untersuchungsobjekte erfolgte von einfach zu kompliziert. Der einfachste denkbare Querschnitt ist in diesem Zusammenhang eine Vollwelle ohne Absätze. Nach erfolgter Modellvalidierung wurde zu einer abgesetzten Welle einfacher Geometrie übergegangen. Später wurden zusätzlich eine geschlitzte Balengeometrie, ein angeflanschter Erregerläufer sowie die Wicklung und Anbauteile in die Betrachtung einbezogen.

Die in Abb. 11 dargestellte Tränkwelle hatte bei einer Länge von $l = 4.4m$ fast durchgängig einen konstanten Durchmesser von $d = 300mm$. Die erste Eigenfrequenz wurde bei $f_1 = 82Hz$ aus dem Rechenmodell ermittelt. Die Untersuchung diente zum Einen dazu, die Güte der Vorhersage der Eigenfrequenzen und -formen am einfachen Modell zu untersuchen. Zum Anderen konnte über die Frequenzbreite der Resonanzen und die Höhe der Schwingungsausschläge eine Aussage über die praktische Anwendbarkeit des komplexen E-Moduls getroffen werden.

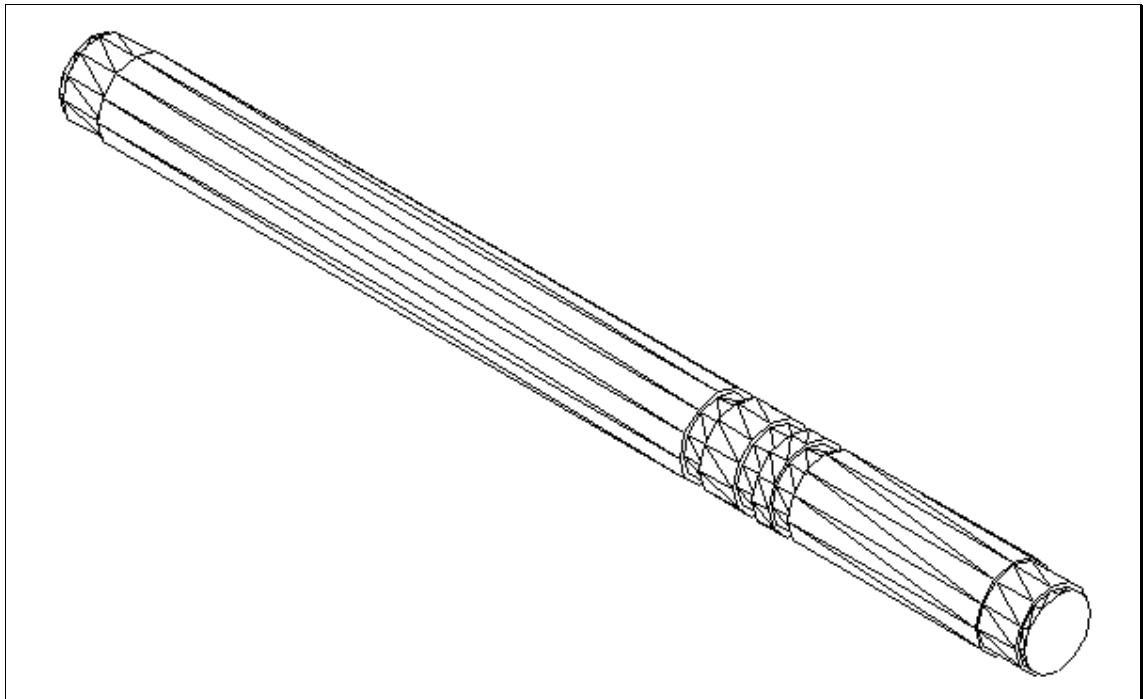


Abbildung 11: 3D-Modell der Tränkwelle

Tabelle 1 zeigt die Lage der berechneten Eigenfrequenzen im Vergleich zur Messung. Der E-Modul und die Dichte sind, wie bereits erwähnt, in hohem Maße für die Unsicherheiten im Rechenmodell verantwortlich. Aus diesem Grunde wurde die Rechnung jeweils mit dem unteren Wert für den E-Modul von $E_u = 200\text{ GPa}$ und dem oberen Wert von $E_o = 210\text{ GPa}$ ausgeführt, ebenso wurde die Dichte zwischen $\rho_u = 7800\text{ kg/m}^3$ und $\rho_o = 7850\text{ kg/m}^3$ variiert.

Nr	Messung	$E_u \rho_u$	$E_o \rho_u$	$E_u \rho_o$	$E_o \rho_o$
1	83 Hz	80.3 Hz (-3.2%)	82.3 Hz (-0.8%)	80 Hz (-3.6%)	82 Hz (-1.2%)
2	218.3 Hz	214.3 Hz (-1.8%)	218.7 Hz (0.2%)	212.7 Hz (-2.6%)	219 Hz (0.3%)
3	418.3 Hz	410.3 Hz (-1.9%)	418 Hz (-0.1%)	406.7 Hz (-2.8%)	419.3 Hz (0.2%)
4	665.3 Hz	653.3 Hz (-1.8%)	664 Hz (-0.2%)	646 Hz (-2.9%)	667.3 Hz (0.3%)
5	939 Hz	930.3 Hz (-0.9%)	944 Hz (0.5%)	918 Hz (-2.2%)	950.3 Hz (1.2%)

Tabelle 1: Eigenfrequenzen der Tränkwelle.

Die Rechnung mit den Werten von $E = 210 \text{ GPa}$ für den E-Modul und $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$ für die Dichte zeigt die geringsten Eigenfrequenzabweichungen zur Messung. Die Abweichungen sind jeweils kleiner als 1%, es kann jetzt davon ausgegangen werden, dass die Balkenmodellierung für FEM-Rechnungen mit hoher Genauigkeit geeignet ist.

Die ungünstigste Kombination erzeugt Eigenfrequenzabweichungen im Bereich von etwa 3%. Dieses Ergebnis zeigt zum Einen den Einfluss der Werkstoffparameter auf die Eigenfrequenzberechnung. Zum Anderen ergibt sich ein Hinweis auf die zu erwartenden Unsicherheiten bei der dynamischen Berechnung anderer Messobjekte, da in allen Fällen gängige Werte für die Parameter eingesetzt wurden.

Das Modell mit der besten Kombination für die Werkstoffparameter wurde nun dazu benutzt, die Schwingungsantwort bei Kraftanregung im Sweepversuch zu berechnen. Abb. 12 zeigt die Rechnung (blau) im Vergleich zur Messung (grün). Die Kurven sind fast identisch, das Modell ist dynamisch genügend genau.

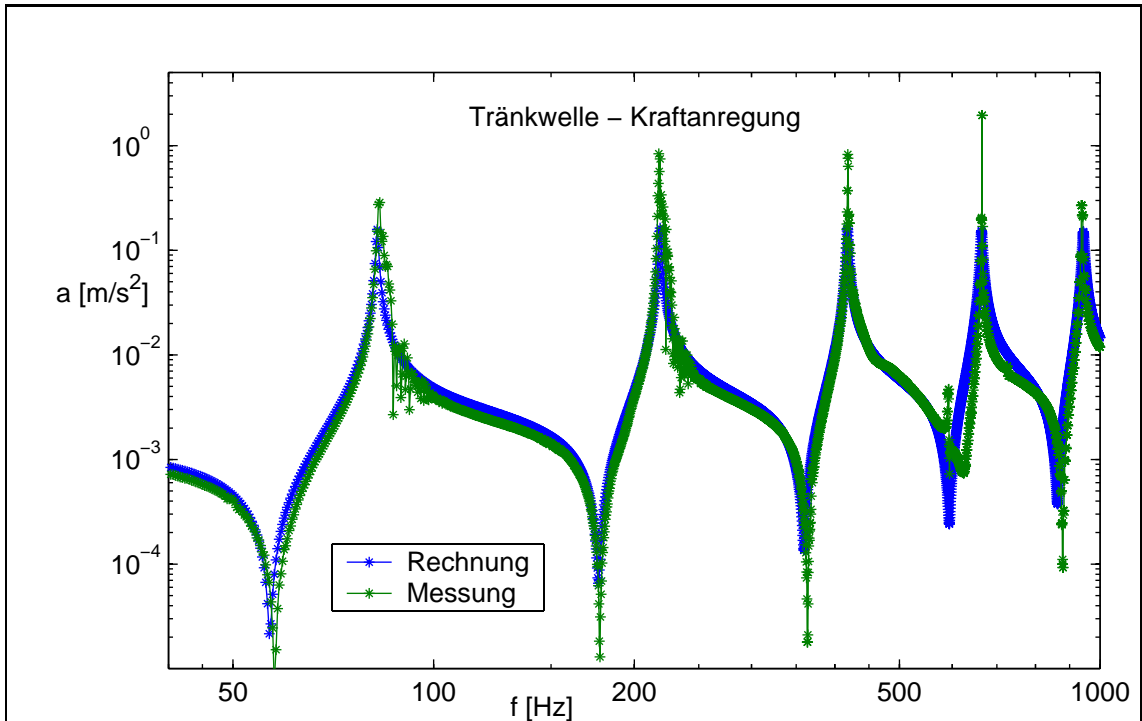


Abbildung 12: Schwingungsantwort der Tränkwelle auf Kraftanregung

In Abb. 13 sind die normierten Eigenformen dargestellt, Rechnung und Messung zeigen kaum Abweichungen.

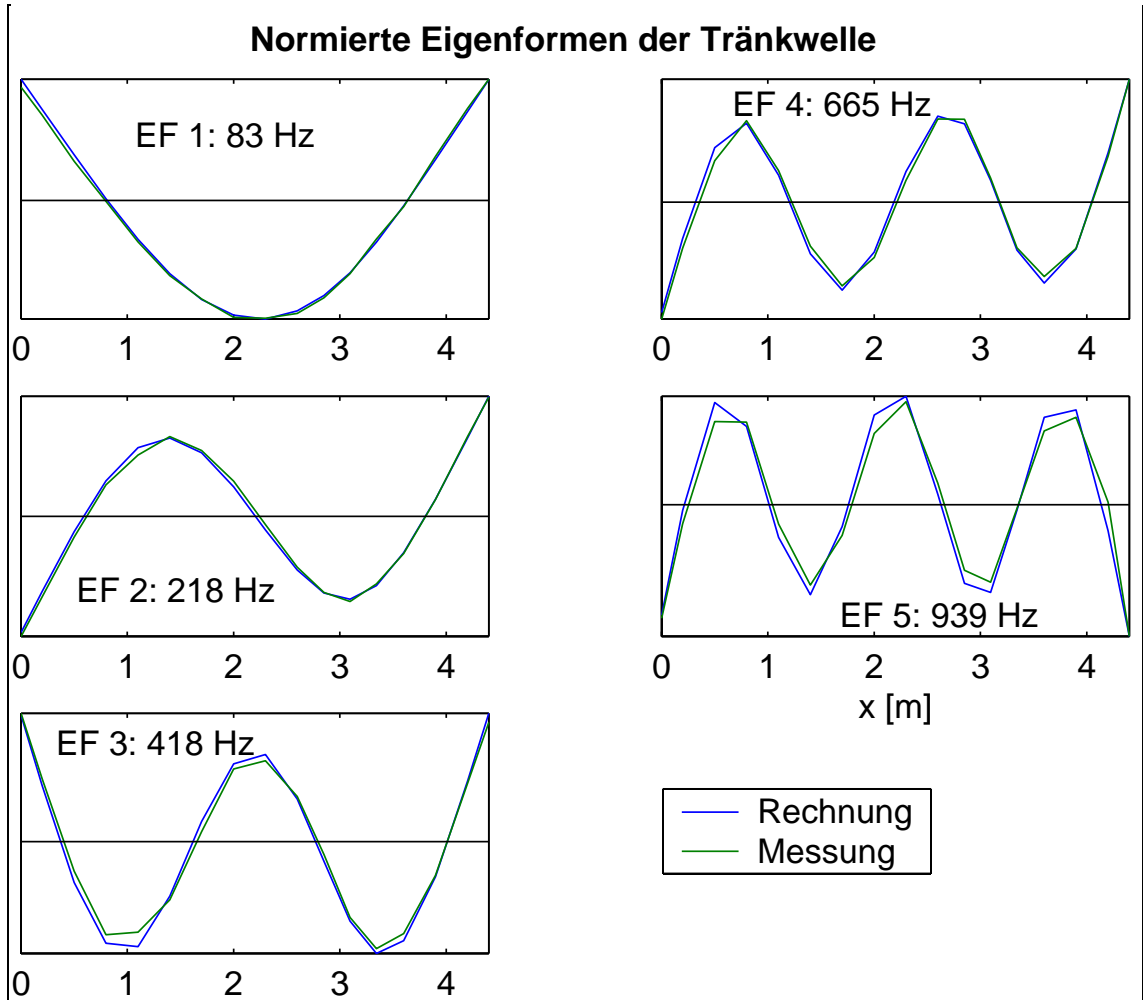


Abbildung 13: Auf 1 normierte Eigenformen der Tränkwelle.

Der Imaginärteil des E-Moduls bestimmt durch seinen Dämpfungseinfluss die Frequenzbreite der berechneten Resonanzen. Die modale Dämpfung lässt sich aus der Resonanzfrequenz f_R und den unter- und oberhalb gelegenen Frequenzen mit dem $1/\sqrt{2}$ -fachen der Resonanzamplitude abschätzen [5]:

$$D_{\text{modal}} = \frac{2 \cdot f_R}{f_o - f_u} \text{ mit} \quad (19)$$

$$|\hat{r}(f_u)| = \frac{|\hat{r}(f_R)|}{\sqrt{2}} \text{ und } |\hat{r}(f_o)| = \frac{|\hat{r}(f_R)|}{\sqrt{2}}$$

Zur Festlegung der Größe des zu verwendenden Imaginäranteils γ wurde eine Variationsrechnung durchgeführt, die Ergebnisse wurden den modalen Dämpfungen aus der Messung gegenübergestellt. Im Modell wurde γ in 0.1-Prozentschritten von 0 bis 1 Prozent variiert, für jede der 5 Eigenfrequenzen wurde die sich ergebende modale Dämpfung berechnet.

In Abb. 14 verdeutlichen die mit Sternen aufgetragenen Verläufe die sich aus der Variationsrechnung ergebenden modalen Dämpfungen. Als durchgezogene Linien sind die aus der Messung ermittelten Werte für jede der gemessenen Eigenfrequenzen aufgetragen. Die aus der Messung ermittelten modalen Dämpfungen befinden sich, mit Ausnahme der ersten Eigenfrequenz, leicht unterhalb von einem Prozent und sind weitgehend unabhängig von der Anregungsfrequenz. Die rechnerisch ermittelten Werte bewegen sich zwischen 0 und 2 Prozent und sind ebenfalls unabhängig von der Anregungsfrequenz. Lazan's Dämpfungsmodell wird dadurch bestätigt, mit der oben erwähnten Bequemlichkeitshypothese wäre der Dämpfungseinfluss mit der Frequenz gewachsen. Es wäre dann notwendig geworden, für jede Eigenfrequenz eine modale Dämpfung im Rechenmodell vorzugeben. Mit Lazan's Herangehensweise genügt die Festlegung eines einzigen Parameters, um eine für diese Zwecke ausreichende Genauigkeit zu erreichen.

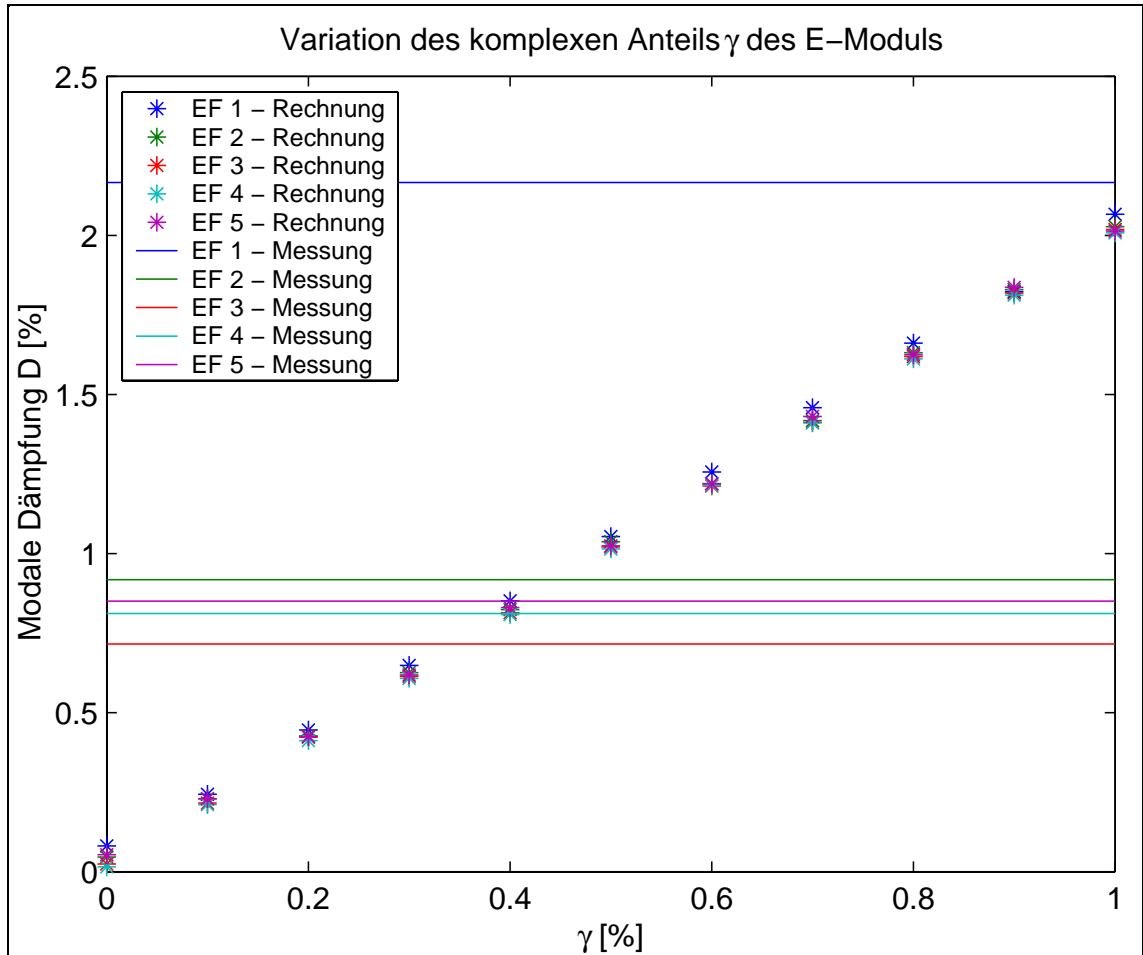


Abbildung 14: Einfluss des komplexen E-Moduls auf die modale Dämpfung der Resonanzen der Tränkwelle.

Die Größe des für die weiteren Berechnungen anzunehmenden Imaginäranteils lässt sich aus Abb. 14 mit ca. 0.4% ablesen. Dieses Ergebnis erscheint plausibel, da die Werkstofftabellen einen Bereich von $0.4\% \leq \gamma \leq 0.8\%$ für den verwendeten Wellenwerkstoff angeben.

Abb. 15 zeigt Messung und Rechnung mit einer Auflösung von $1/60 \text{ Hz}$ in der Nähe der zweiten Eigenfrequenz. In diesem Fall wurde auf die doppeltlogarithmische Darstellung verzichtet. Die Abweichungen bzgl. der Lage der Eigenfrequenz und der Höhe der Schwingungsausschläge werden dadurch offensichtlicher als in Abb. 12, wo es eher auf eine globale Aussage ankam.

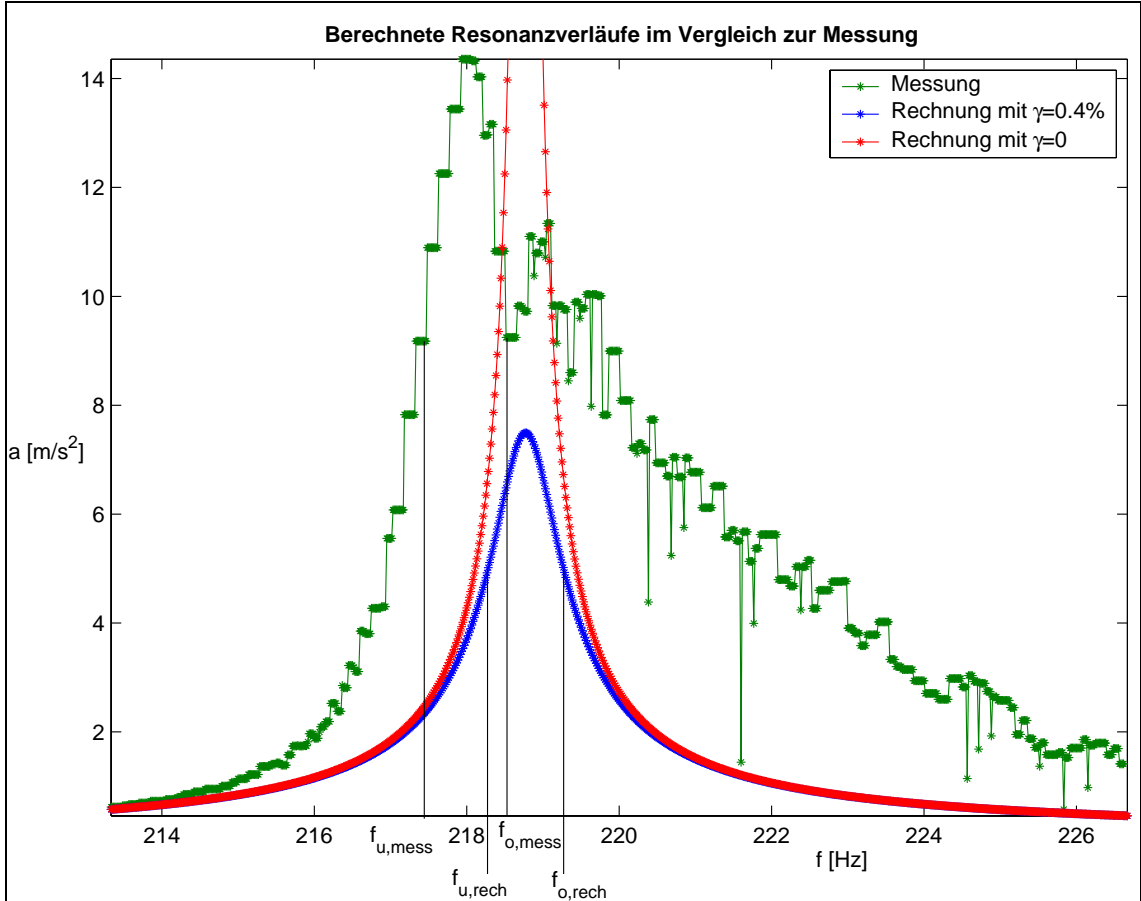


Abbildung 15: Frequenzausschnitt um die zweite Eigenfrequenz der Tränkwelle.

Die Messung zeigt oberhalb der Resonanz Seitenbänder, welche auf nicht abgeschlossene Einschwingvorgänge durch zu schnelle Sweepanregung zurückzuführen sind. Die Breite der Resonanzstelle, wie sie in Glg. (19) verwendet wurde, ist durch die senkrechten Striche angedeutet. Die Abweichung in der rechnerischen Abbildung der Eigenfrequenz ist prozentual gering, siehe Tab. 1 und wird nur durch das enge Darstellungsfenster deutlich. Dagegen werden die Schwingungsausschläge durch die mit $\gamma = 0.4\%$ berechnete Kurve etwa um den Faktor 2 zu gering berechnet. Die Ursachen sind in Ungenauigkeiten bei der Bestimmung der Anregungskraft, in der Vereinfachung, die mit der Annahme eines frei-freien Modells getroffen wurde und grundsätzlich in den Grenzen der mit dem Balkenmodell zu erreichenden Modellierungsgenauigkeit zu suchen.

Die Resonanzbreite stimmt jedoch sehr gut mit der Messung überein, im Vergleich dazu geht die Resonanzbreite des ungedämpften Modells gegen Null. Die rote Kurve wurde in Höhe der größten Messamplitude abgeschnitten, da ihr höchster Punkt vor allem durch die Dichte der Frequenzstützstellen bestimmt wird.

Rotor mit Wellenabsätzen: Absatzwelle

Das zweite Untersuchungsobjekt besaß große Durchmessersprünge und war auf einer Seite mit einer Innenbohrung versehen. Abb. 16 zeigt das FE-Modell. Die Länge betrug $l = 3.7m$, die Vorhersage der ersten Eigenfrequenz ergab $f_1 = 140 \text{ Hz}$.

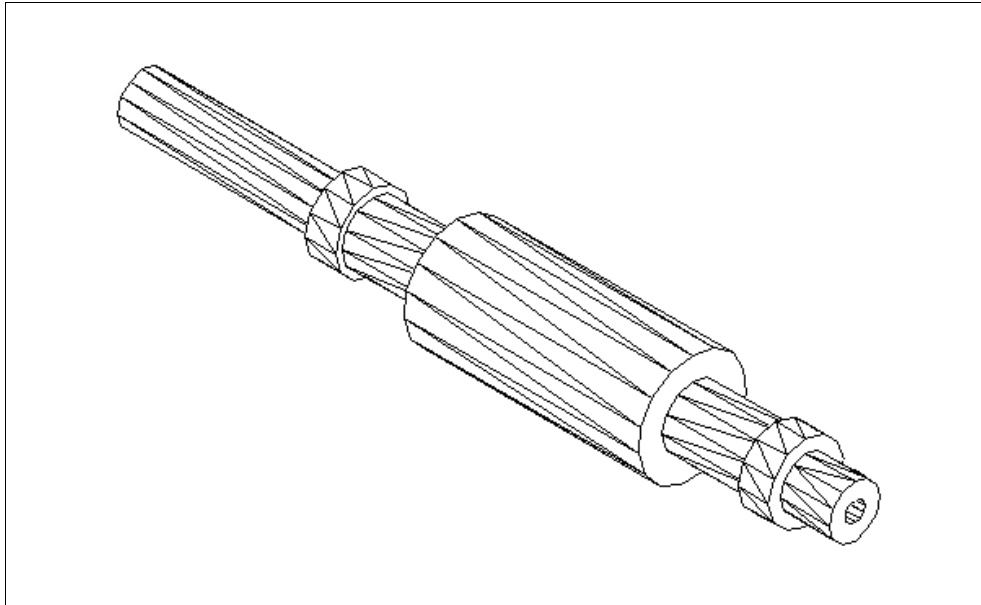


Abbildung 16: 3D-Modell der Absatzwelle

Das Ziel der Untersuchungen an der Absatzwelle lag in der Erprobung der 45°-Regel. In Abb. 17 ist der Vergleich zwischen Messung und Rechnung anhand der Schwingungsantwort der Absatzwelle auf Kraftanregung dargestellt. Die rote Kurve zeigt die Schwingungsantwort des Ausgangsmodells. Die Eigenfrequenzabweichungen sind z.T. größer als 5%. Die mit der blauen Kurve dargestellte Rechnung wurde unter Berücksichtigung der 45° -Regel und mit optimierten Parametern erzeugt. Der E-Modul wurde von $E = 210 \text{ GPa}$ auf $E = 204 \text{ GPa}$ abgesenkt, die Dichte wurde von $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$ auf $\rho = 7840 \text{ kg/m}^3$ erhöht. Die so berechneten Schwingungen stimmen sehr gut mit der Messung überein.

Tab. 2 verdeutlicht das Modellverhalten anhand der Zahlenwerte. Die Einführung der 45° -Regel verringert die Eigenfrequenzabweichungen auf Werte kleiner als 3%. Die zugehörige Schwingungsantwort wurde in Abb. 17 aus Gründen der Übersichtlichkeit nicht dargestellt. Werden die Werkstoffparameter auf die optimalen Werte gesetzt, sind die Abweichungen geringer als 1%.

Nr	Messung	Urmodell	45° -Regel	E, ρ optimiert
1	133 Hz	140.3 Hz (5.5%)	135.3 Hz (1.8%)	133 Hz (<0.3%)
2	336 Hz	357.7 Hz (6.4%)	342.7 Hz (2.0%)	337 Hz (0.3%)
3	508.7 Hz	543 Hz (6.7%)	522.3 Hz (2.7%)	513.3 Hz (0.9%)
4	936 Hz	969 Hz (3.5%)	943 Hz (0.7%)	927.3 Hz (-0.9%)

Tabelle 2: Eigenfrequenzen der Absatzwelle.

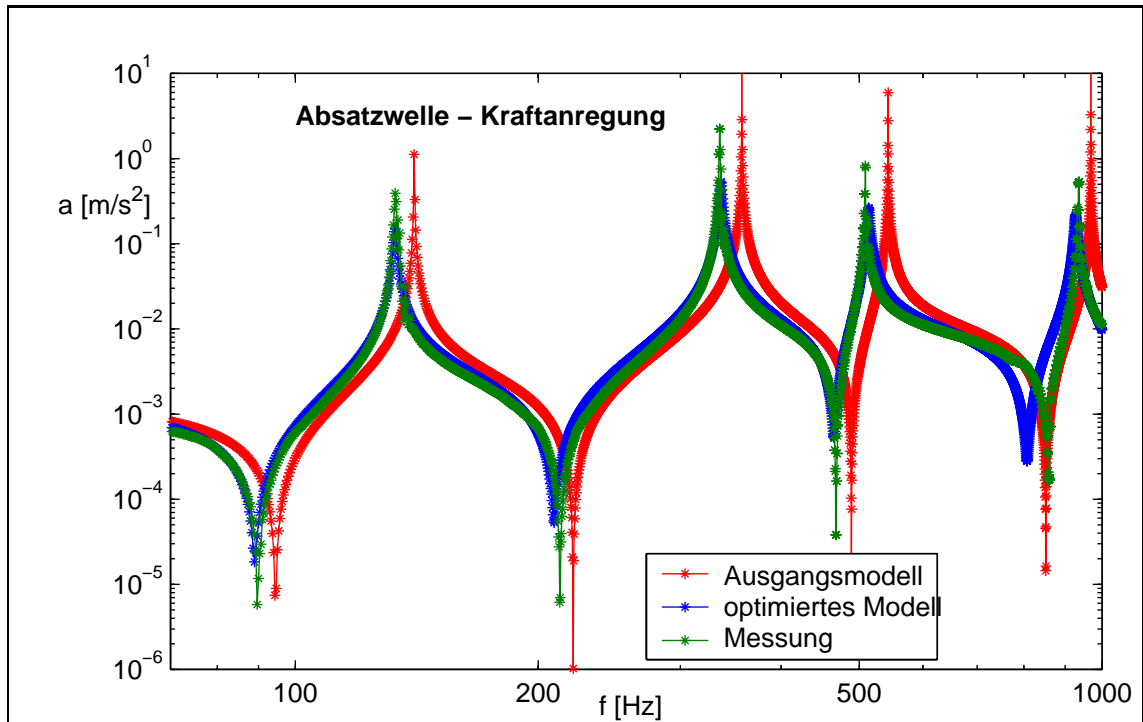


Abbildung 17: Schwingungsantwort der Absatzwelle auf Kraftanregung

Auch bei diesem Modell wird neben der Resonanzlage auch eine sehr gute Abbildung der Eigenformen erreicht. Abb. 18 zeigt die normierten Eigenformen aus Rechnung und Messung.

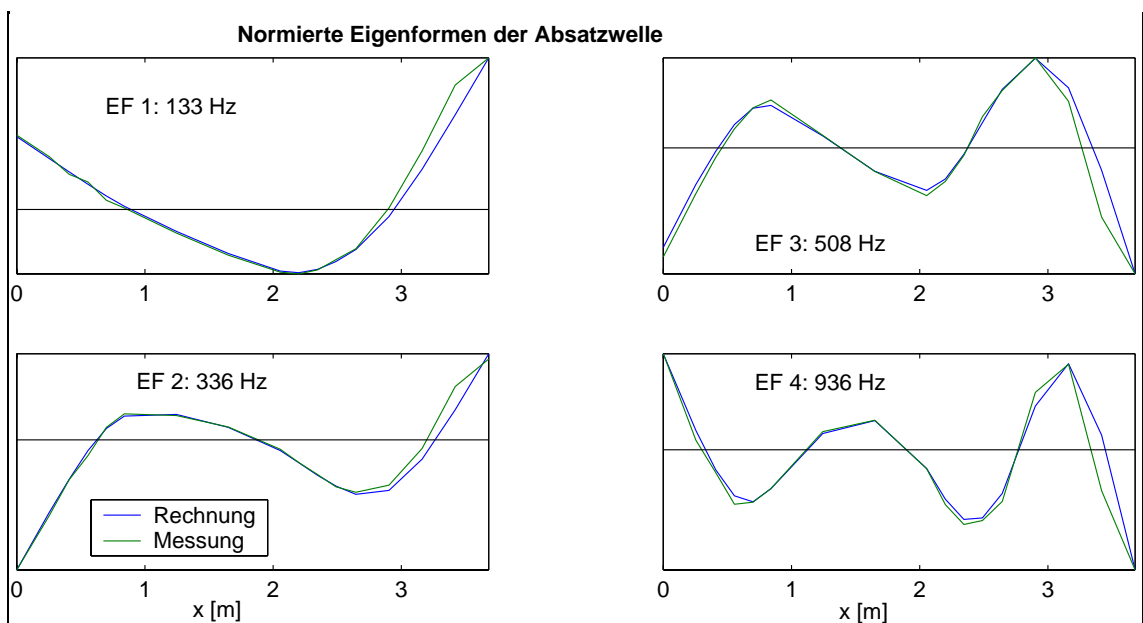


Abbildung 18: Auf 1 normierte Eigenformen der Absatzwelle.

Rotor mit Wellenabsätzen und geschlitzter Ballengeometrie: Welle Magnetelast

Die restlichen untersuchten Rotoren stellen unterschiedliche Fertigungsstufen des Läufers der Maschine „Magnetelast“ dar. Zunächst wurde die Welle des Hauptläufers, Abb. 19, untersucht. Die Welle besaß durch die Nuten zur Aufnahme der Wicklung im Ballenbereich, vgl. Abb. 7, eine deutlich kompliziertere Geometrie als bspw. die Absatzwelle. Nichtsdestotrotz lag durch das Fehlen von Wicklung und Anbauteilen eine große Vereinfachung gegenüber dem kompletten Läufer vor. Der Rotor mit der Länge von $l = 5.0 \text{ m}$ ließ die Lage der ersten Eigenfrequenz bei $f_1 = 68 \text{ Hz}$ erwarten.

Das Ziel der Untersuchung lag hier zunächst in der messtechnischen Validierung der Vereinfachung des Ballenquerschnitts. Für die nachfolgenden Messungen am komplettierten Läufer war es zudem wichtig, von einer sicheren Modellierung der nackten Welle ausgehen zu können.

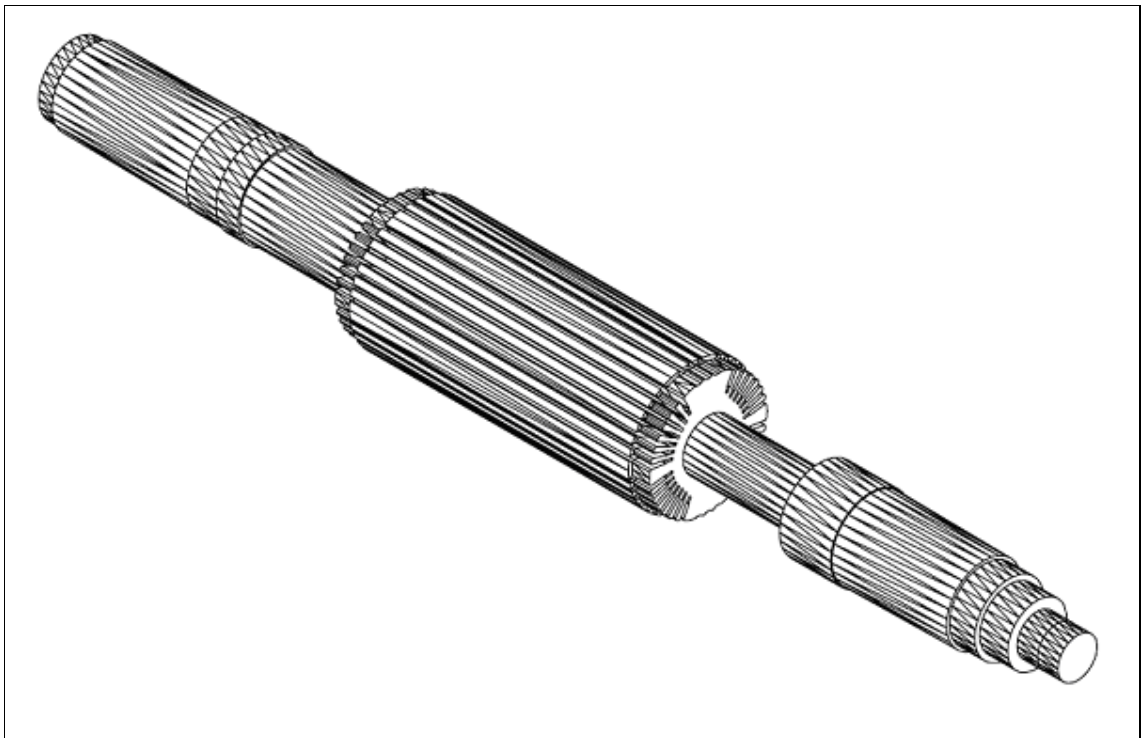


Abbildung 19: Welle des Hauptläufers ohne Wicklung und Anbauteile

Abb. 20 zeigt die Dynamik der Rechenmodelle im Vergleich zur Messung. Die rote Kurve zeigt die Schwingungsantwort, die mit dem im Ballenbereich vereinfachten Ausgangsmodell erzeugt wurde. Die Anwendung der 45° -Regel und Optimierung über die Modellparameter führt zu der in blau gezeigten Charakteristik, in grün ist wieder die Messung dargestellt. Zur Optimierung wurde der E-Modul von $E = 210 \text{ GPa}$ auf $E = 200 \text{ GPa}$ abgesenkt, die Dichte wurde von $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$ auf $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$ erhöht. Die niedrigen Eigenfrequenzen werden durch das optimierte Modell sehr gut abgebildet, bei hohen Frequenzen bleibt das Modell ungenau. In der Messung zeigen sich dort zusätzliche Eigenfrequenzen durch die im Balkenmodell nicht berücksichtigten Stege im Ballenbereich.

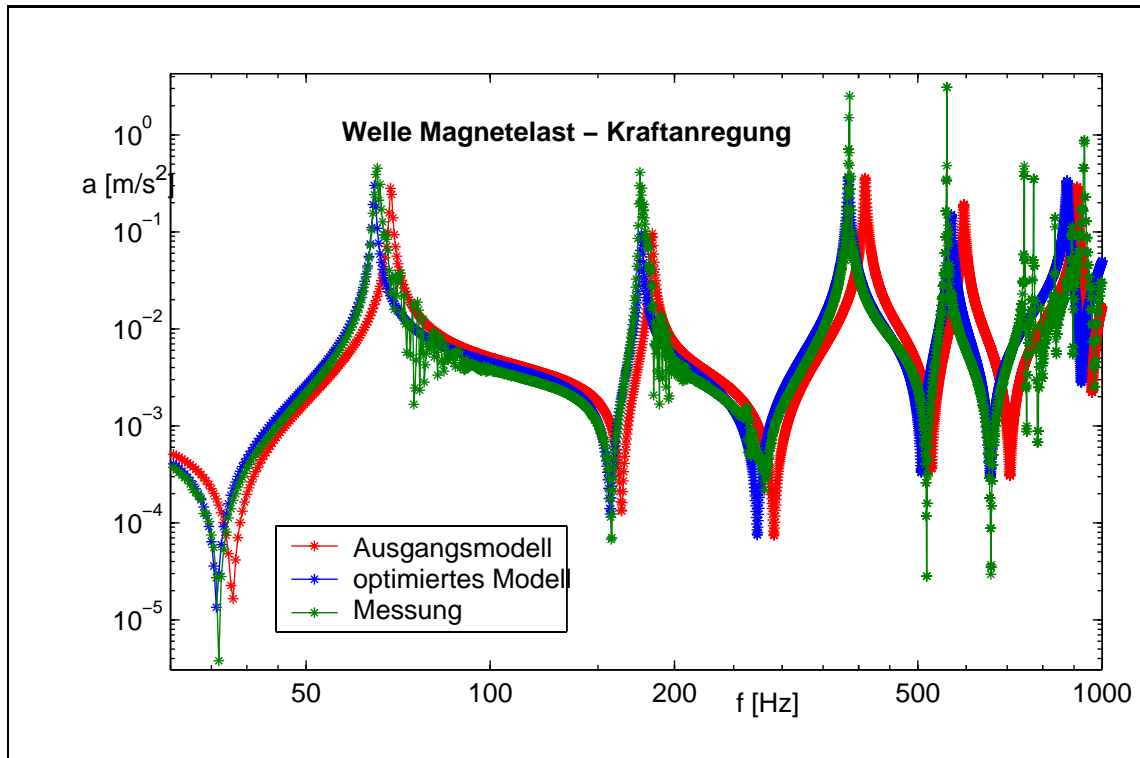


Abbildung 20: Schwingungsantwort der Welle Magnetelast auf Kraftanregung

Tab. 3 zeigt die Einzelheiten. Die Eigenfrequenzabweichungen verringern sich durch die Berücksichtigung der 45°-Regel von mehr als 5% beim Urmodell auf etwa 3% bei den 3 unteren Eigenfrequenzen. Schwierig stellte sich vor allem die Ballenmodellierung dar, der geschlitzte Querschnitt musste mit der 45°-Regel behandelt werden. Die Einführung der Konuselemente wurde hier am bereits reduzierten Querschnitt vorgenommen. Die Anwendung der 45°-Regel auf den Originalquerschnitt erhöht die Modellierungsgenauigkeit nur in geringem Umfang und ist programmtechnisch deutlich aufwendiger.

Nr	Messung	Urmodell	45°-Regel	E, ρ optimiert
1	65.3 Hz	68.7 Hz (5.1%)	66.3 Hz (1.5%)	64.7 Hz (-1.0%)
2	175.7 Hz	184 Hz (4.7%)	181.7 Hz (3.4%)	176.7 Hz (0.6%)
3	386 Hz	410 Hz (6.2%)	395 Hz (2.3%)	385 Hz (-0.3%)
4	558 Hz	594.3 Hz (6.5%)	582.3 Hz (4.4%)	567 Hz (1.6%)
5	936 Hz	911 Hz (-2.7%)	902 Hz (-3.6%)	876.7 Hz (-6.3%)

Tabelle 3: Eigenfrequenzen der Welle Magnetelast.

Die Abweichungen in den ersten 3 Eigenfrequenzen werden durch die Optimierung der Werkstoffparameter in den Bereich von 1% zurückgeführt. Die höheren Frequenzen lassen sich aus den genannten Gründen weniger gut abbilden, dort endet der Gültigkeitsbereich des verwendeten Balkenmodells.

Die normierten Eigenformen in Abb. 23 bestätigen diese Erkenntnis. Der Rotor wurde mit seinen nur ca. 20 Knoten stark vereinfacht modelliert. Zudem ist der Ballenquerschnitt durch die Nuten geschwächt. Das Modell ist deshalb nur eingeschränkt

in der Lage, die Eigenformen der Welle bei hohen Frequenzen abzubilden. Da sich der Drehzahlbereich der behandelten Maschinen jedoch nicht deutlich oberhalb von 100 Hz befindet, ergibt sich dadurch keine Einschränkung.

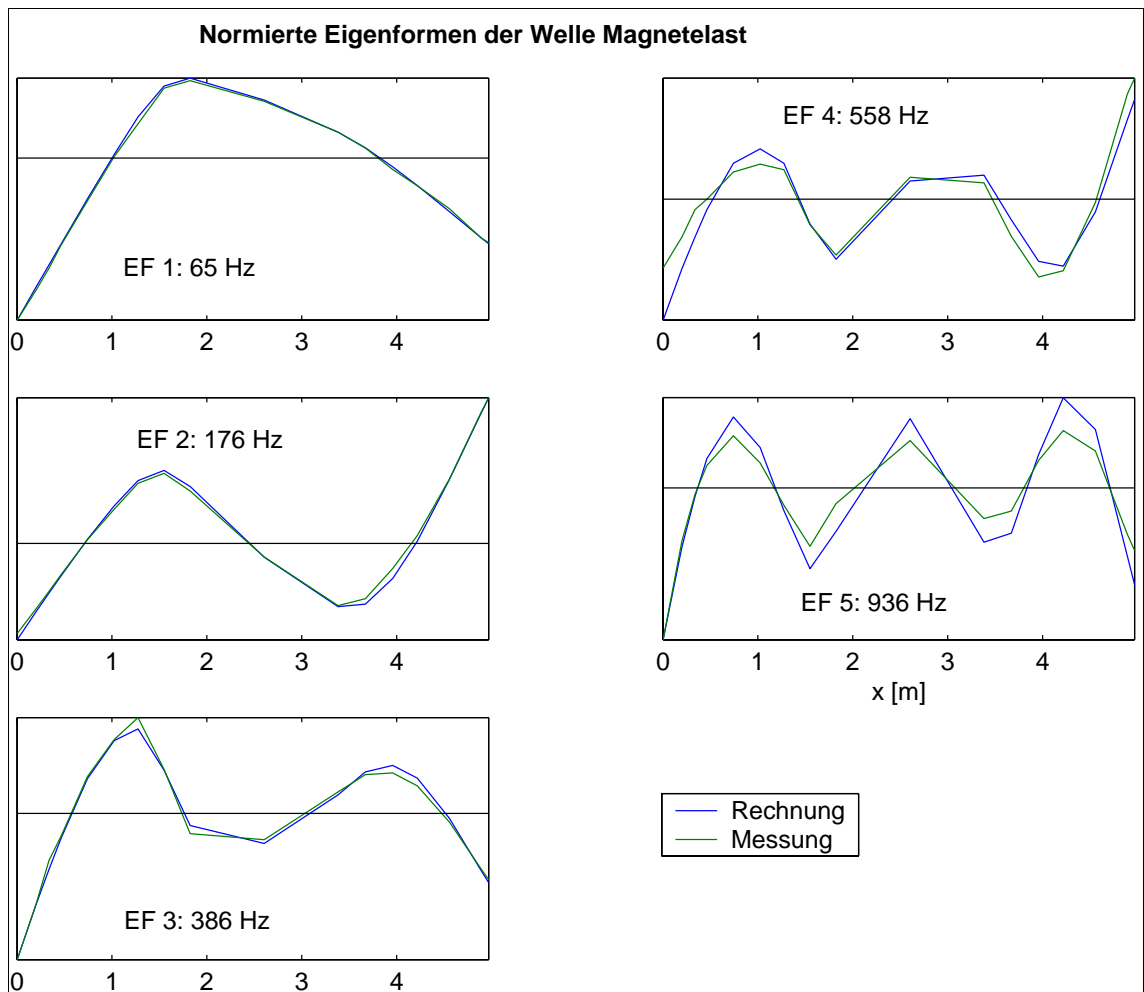


Abbildung 21: Eigenformen der Welle Magnetelast.

Kompletter Läufer der Maschine „Magnetelast“

Im nächsten Schritt wurde der komplettierte Hauptläufer untersucht. Dieser bestand aus der eben behandelten Welle, inkl. Wicklung und Anbauteilen. Da sich die Ergebnisse mit denen des Gesamtläufers decken, wird hier auf eine nähere Beschreibung verzichtet. Der Gesamtläufer besteht aus dem Hauptläufer und einem $l = 1.30m$ langen Erregerläufer, der an der Belüftungsseite, in Abb. 10 rechts gezeigt, angeflanscht wurde. Auch der Erregerläufer lag komplettiert mit Anbauteilen vor, so dass der Gesamtläufer direkt nach den Untersuchungen in die Maschine „Magnetelast“ eingebaut werden konnte.

Der Läufer besaß nunmehr eine Länge von $l = 6.3m$, die erste Eigenfrequenz wurde bei $f_1 = 35Hz$ berechnet. Das Ziel der Untersuchung lag in der Validierung der Modellierung der Wicklung und Anbauteile. Zudem sollte das sowohl in seiner Struktur verbesserte als auch in seinen Parametern angepasste Gesamtmodell dazu benutzt werden, Testgewichtsantworten der kompletten Maschine im Prüffeld nachzubilden. Abb. 22 zeigt die Rechnung mit dem Ausgangsmodell in rot im Vergleich zur Messung (grün). Das Ausgangsmodell zeigt bereits bei den unteren Frequenzen große Abweichungen zur Messung. Bezeichnend ist hierbei, dass die erste Eigenfrequenz zu niedrig, die zweite und dritte jedoch zu hoch abgebildet werden. Es muss daraus geschlussfolgert werden, dass die Modellstruktur inkorrekt ist, die Rechnung kann nicht durch eine sinnvolle Änderung der Modellparameter an die Messung angepasst werden. Oberhalb der dritten Eigenfrequenz verläßt das Ausgangsmodell seinen Gültigkeitsbereich, die Resonanzüberhöhungen sind der Messung ohne Betrachtung der Eigenformen nicht mehr eindeutig zuzuordnen.

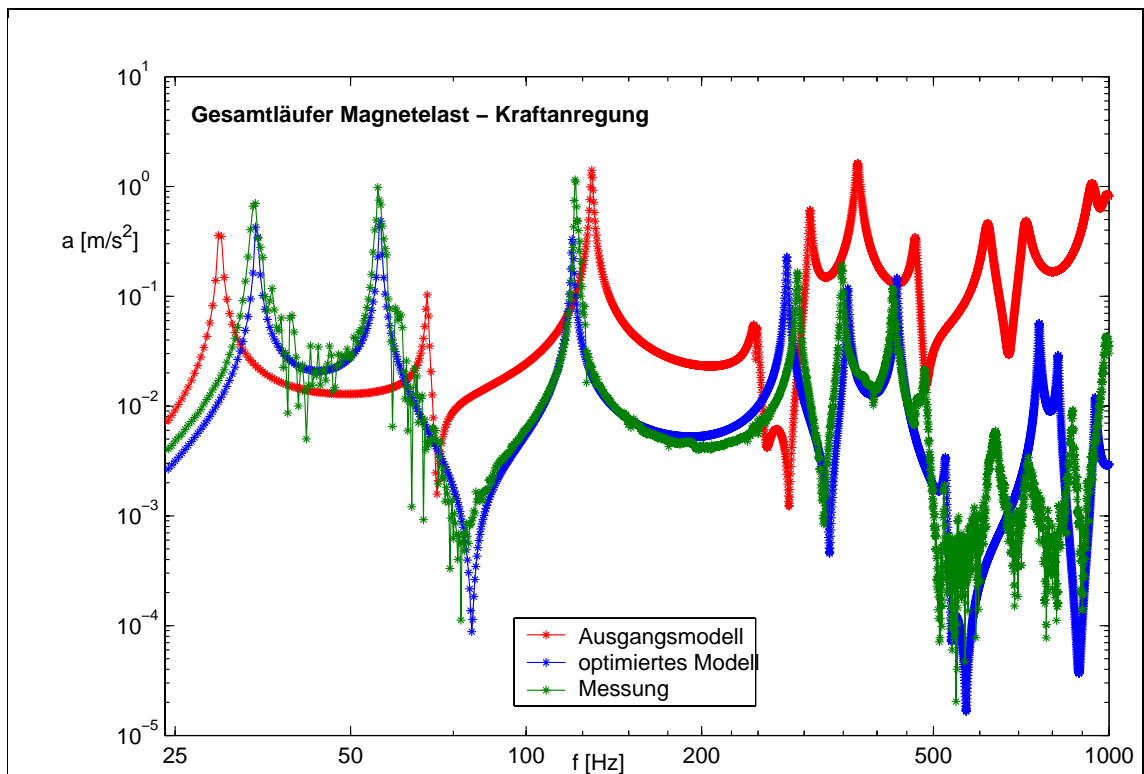


Abbildung 22: Schwingungsantwort des Gesamtläufers der Maschine „Magnetelast“ auf Kraftanregung

Im Rahmen der messtechnischen Untersuchungen wurde das Rotormodell unter Einbezug der Konuselemente völlig neu aufgebaut. Die damit durchgeführte Berechnung der Schwingamplituden mit optimierten Werkstoffparametern ist in blau dargestellt. Das optimierte Modell wurde mit einem E-Modul von $E = 202 \text{ GPa}$ und einer Dichte von $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$ erstellt. Die ersten drei Eigenfrequenzen werden vom Modell sehr genau getroffen, bis zur Anregungsfrequenz von $f = 500 \text{ Hz}$ ergibt sich eine gute Übereinstimmung mit der Messung. Die höheren Eigenfrequenzen werden vom Modell nur in unzureichendem Maße wiedergegeben. Hier spielen wieder lokale Eigenfrequenzen der Ballengeometrie eine Rolle, man vergleiche die Ergebnisse der Untersuchung der Welle des Hauptläufers.

Tab. 4 zeigt die Zahlenwerte. Das Ausgangsmodell zeigt schon bei den unteren Frequenzen Abweichungen im zweistelligen Prozentbereich. Das neue Modell mit den Konuselementen verringert die Abweichungen auf ca. 3% bei den ersten vier Eigenfrequenzen. Die Optimierung der Werkstoffparameter verringert die Eigenfrequenzabweichungen in geringem Maße. Die Ursache dafür liegt in den Vereinfachungen bei der Modellierung, die Abweichungen lassen sich nicht durch die Materialparameter erklären.

Nr	Messung	Urmodell	45-Regel	E, ρ opt.
1	34.3 Hz	29.7 Hz (-13.6%)	35 Hz (1.9%)	34.3 Hz (<0.9%)
2	55.7 Hz	67.7 Hz (21.6%)	57.3 Hz (3.0%)	56.3 Hz (1.2%)
3	121.3 Hz	129.7 Hz (6.9%)	122.3 Hz (0.8%)	120 Hz (-1.1%)
4	292 Hz	246 Hz (-15.8%)	286 Hz (-2.1%)	280 Hz (-4.1%)
5	348 Hz	307.3 Hz (-11.7%)	364.3 Hz (4.7%)	356.3 Hz (2.4%)
6	425.7 Hz	370.7 Hz (-12.9%)	442.3 Hz (3.9%)	432.7 Hz (1.6%)

Tabelle 4: Eigenfrequenzen des Gesamtläufers der Maschine „Magnetelast“.

Die normierten Eigenformen, Abb. 23, zeichnen ein ähnliches Bild. Die ersten vier berechneten Eigenformen unterscheiden sich kaum von der Messung. Mit steigender Anregungsfrequenz erhöhen sich die Abweichungen, alle Eigenformen werden jedoch realitätsnah abgebildet.

Die sehr gute Modellqualität im unteren Frequenzbereich ließe sich durch den Übergang auf FEM mit feiner Elementierung sicherlich auf höhere Frequenzen erweitern. Der hohe Aufwand bei der Sammlung aller dazu relevanten Informationen sowie die deutlich höhere Rechenzeit sprechen jedoch dafür, das Balkenmodell beizubehalten. Da der Betriebsbereich der Maschine etwas oberhalb von $f = 100 \text{ Hz}$ endet, ist eine gute Übereinstimmung bis $f = 300 \text{ Hz}$ sicher ausreichend.

Ein Teil der Eigenformabweichungen wurde in diesem Fall durch Unsicherheiten in der Messung hervorgerufen. Am Gesamtläufer wurde, verglichen mit den oben gezeigten Untersuchungsobjekten, eine höhere Anzahl an Messstellen vorgesehen. Da hierfür weder genügend Sensoren noch ausreichend Messeingänge im Analysator vorhanden waren, musste die Messung mehrmals mit veränderter Sensoranordnung durchgeführt werden. Es wurde zwar auf gleichbleibende Bedingungen während der verschiedenen Messläufe geachtet, trotzdem wurde die Schwingungsform etwas unsauber abgebildet.

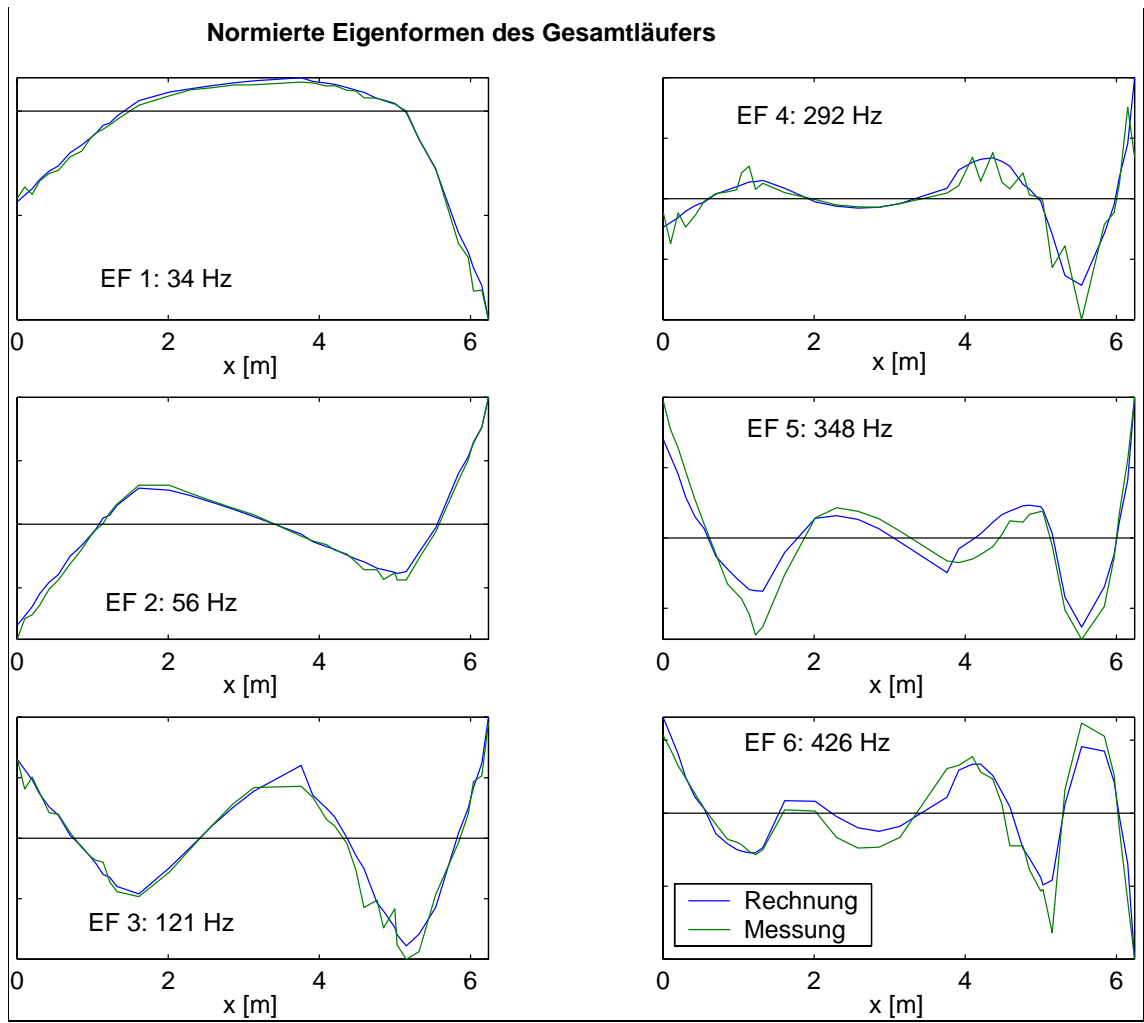


Abbildung 23: Eigenformen des Gesamtläufers Magnetelast.

Das weiterentwickelte Rotormodell wurde für die Vorhersage des Schwingungsverhaltens der komplettierten Maschine im Prüffeldbetrieb verwendet. Dazu wurde die Maschine in den drei Magnetlagern sowie mit Stator, Grundrahmen und Gehäuse aufgebaut. Der Einfluss der Testgewichte an den Ausgleichsebenen wurde für das Auswuchten mit dem Einflusszahlenverfahren experimentell bestimmt. Für das Modellgestützte Auswuchten ist vor allem die realitätsgetreue Abbildung der Testgewichtsantworten wichtig, um auf die Testläufe verzichten zu können. Es bietet sich deshalb an, für die Überprüfung der Modellgenauigkeit auch eine gemessene und berechnete Testgewichtsantwort heranzuziehen.

Abb. 24 zeigt in blau die Beträge der berechneten Schwingungen an drei Sensoren untereinander. Grün ist die Messung dargestellt. Letztere wurde erzeugt, indem die vektorielle Differenz aus dem Testgewichtlauf und dem vorangegangenen Lauf gebildet wurde. In rot ist der Betrag der vektoriellen Differenz aus Rechnung und Messung dargestellt. Links ist der Vergleich zwischen Rechnung und Messung mit dem bereits oben verwendeten Ausgangsmodell dargestellt, rechts wurde mit dem optimierten Modell gerechnet.

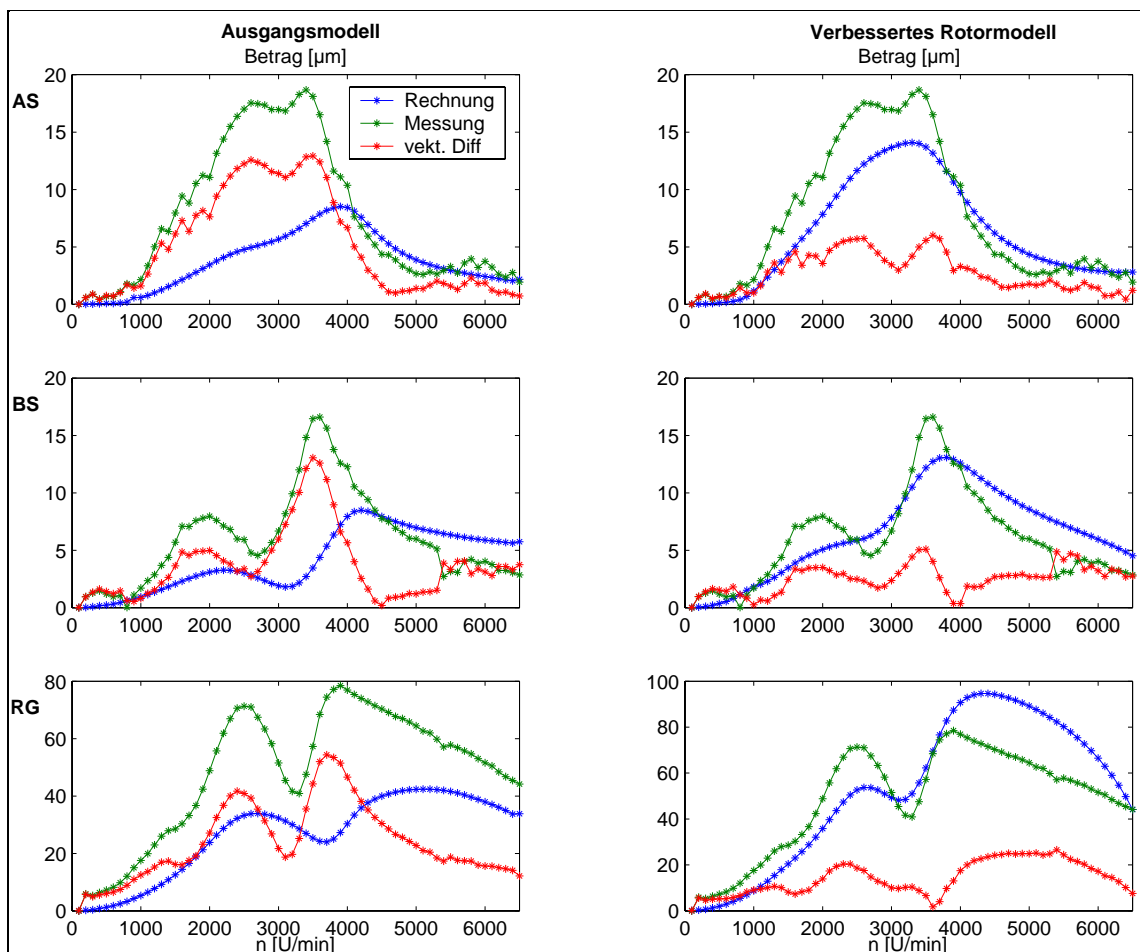


Abbildung 24: Vergleich der Messung und Berechnung der Testgewichtsantwort mit Ausgangs- und verbessertem Rotormodell

Die vektorielle Differenz aus Rechnung und Messung bewegt sich beim Ausgangsmodell z.T. auf der Höhe der Messdaten. Der Vergleich mit dem verbesserten Rotormodell fällt deutlich günstiger aus. Die Charakteristik der gemessenen Kurve wird, insbesondere in Bezug auf die Lage der Resonanzspitzen, besser erfasst, die verbleibende Unerklärtheit ist gering. Um die Veränderung des Modellfehlers zu quantifizieren, wird die Norm der Unerklärtheit auf die gemessenen Schwingungen bezogen:

$$\delta = \frac{\| \hat{\mathbf{r}}_{\text{rech}} - \hat{\mathbf{r}}_{\text{mess}} \|}{\| \hat{\mathbf{r}}_{\text{mess}} \|} \quad (20)$$

Die Unerklärtheit in den Schwingungen des Ausgangsmodells beträgt ca. $\delta_A \approx 52\%$. Dieser recht kleine Wert resultiert vor allem aus dem Umstand, dass die mit dem Ausgangsmodell berechneten Schwingungsbeträge kleiner ausfielen als die der Messung. Bezieht man die vektorielle Differenz auf die Norm der berechneten Schwingungen, ergibt sich ein deutlich höherer Anfangsfehler.

Der Fehler mit dem verbesserten Rotormodell beträgt ca. $\delta_V \approx 34\%$ und würde etwa genauso hoch ausfallen, falls die vektorielle Differenz auf die Norm der berechneten Schwingungen bezogen worden wäre. Dieser Wert erscheint immer noch recht hoch, es verbleiben jedoch noch zwei weitere relevante Einflussfaktoren auf Rechnung und Messung. Für die Rechnung wurden die Herstellerangaben bzgl. der Magnetlagersteifigkeiten und -dämpfungen verwendet, welche aus einem Rechenmodell erzeugt wurden. Es muss angenommen werden, dass diese Größen fehlerbehaftet sind. Zudem wurde der Unterbau, wie oben beschrieben, lediglich durch ein Feder-Masse-System mit unsicheren Parametern abgebildet.

In der Messung verbleibt eine Unsicherheit in Bezug auf die Unwuchtverteilung. Die grüne Kurve zeigt die Differenz aus zwei unmittelbar aufeinanderfolgenden Läufen, zwischen denen nur ein Testgewicht eingebaut wurde. Trotzdem kann nicht ausgeschlossen werden, dass sich durch Erwärmung oder Setzungserscheinungen weitere Unwuchten ausgebildet haben. Beim Auswuchten wird häufig die Erfahrung gemacht, dass sich die Unerklärtheit auch bei der Verwendung von gemessenen Einflusszahlen im Bereich von ca. $\delta = 30 - 50\%$ bewegt.

3.3 Gleitlager

Dieser und der nächste Abschnitt befassen sich mit der Lagerung des Rotors, dem Verbindungsglied zwischen Rotor und Unterbau. Bisher wurden die Rotoren der hier behandelten Maschinen meist gleitgelagert, heute geht man in besonderen Fällen auch zur Magnetlagerung über. Die recht unterschiedlichen Eigenschaften von Ölfilm und Magnetfeld werden für eine einheitliche Modellbeschreibung aufbereitet. Es wird jeweils eine Einführung in den Stand der Technik gegeben, die beschreibenden Parameter für das Modell werden hergeleitet. Schließlich werden die weitere Verwendung der Parameter im Modell sowie Möglichkeiten zu deren Überprüfung vorgestellt.

3.3.1 Theorie und Berechnungsverfahren

Bis auf wenige Ausnahmen werden die hier beschriebenen Maschinen mit waagerechter Wellenandordnung betrieben. Die folgenden Ausführungen beziehen sich deshalb auf diesen Fall, nähere Informationen zum Sonderfall senkrechter Maschinen findet man z.B. in [17].

Die Funktion des hydrodynamischen Gleitlagers beruht auf dem Wirkprinzip des Schmierkeils. Dieses bewirkt eine berührungslose Bewegung des Lagerzapfens in der Lagerschale. Durch die Zapfenbewegung bildet der dazwischenliegende Ölfilm eine Druckverteilung aus, welche letztendlich dessen Tragwirkung hervorruft.

Zur Ausbildung eines stabilen Schmierkeils ist ein Abheben des Zapfens von der Lagerschale beim Anfahren notwendig. Eine weitere Voraussetzung für einen stabilen Lauf besteht in der Exzentrizität des Lagerzapfens. Bei hohen Drehzahlen verringert sich die Zapfenexzentrizität, das dynamische System Welle-Lager bewegt sich dann an der Stabilitätsgrenze. Durch diese Phänomene begrenzt sich der Betriebsdrehzahlbereich nach unten und oben.

Die Hauptvorteile hydrodynamischer Gleitlager gegenüber anderen Lagerarten liegen in der hohen Tragfähigkeit sowie der Verschleißfreiheit im Dauerbetrieb. Ein weiterer Vorteil von Gleitlagern liegt in deren Dämpfungswirkung. Dadurch werden das Durchfahren von Resonanzen sowie der Betrieb in deren Nähe ermöglicht.

Die Berechnung der Steifigkeits- und Dämpfungswirkung von Gleitlagern ist recht aufwendig und erfolgt u.a. in Abhängigkeit von Lagerlast und Drehzahl. Hier spielt die nach Sommerfeld [18], benannte Lagerkennzahl So eine wichtige Rolle. Diese enthält die für die Charakteristik des Gleitlagers wichtigen Größen Lagerkraft F , das relative Lagerspiel $\psi = 2 \cdot h_0 / D$, Lagerbreite B und -durchmesser D , die Ölzähigkeit $\eta_{öl}$ sowie die Winkelgeschwindigkeit Ω

$$So = \frac{F \cdot \psi^2}{B \cdot D \cdot \eta_{öl} \cdot \Omega} \quad (21)$$

und wird zur Berechnung der statischen und dynamischen Eigenschaften von Gleitlagern herangezogen [19]. Zusätzlich zu den Steifigkeiten und Dämpfungen in horizontaler und vertikaler Richtung treten Koppelterme auf. Diese beschreiben die Kraftwirkung in y-Richtung bei Bewegung des Lagerzapfens in z-Richtung und umgekehrt. Abb. 25 zeigt die Ausbildung des Ölfilms und die resultierende Druckverteilung bei Rotation des Zapfens in der Lagerschale. Rechts ist die Modellierung eines allgemeinen Gleitlagers durch Federn und Dämpfer in horizontaler, vertikaler und den gekoppelten Richtungen dargestellt.

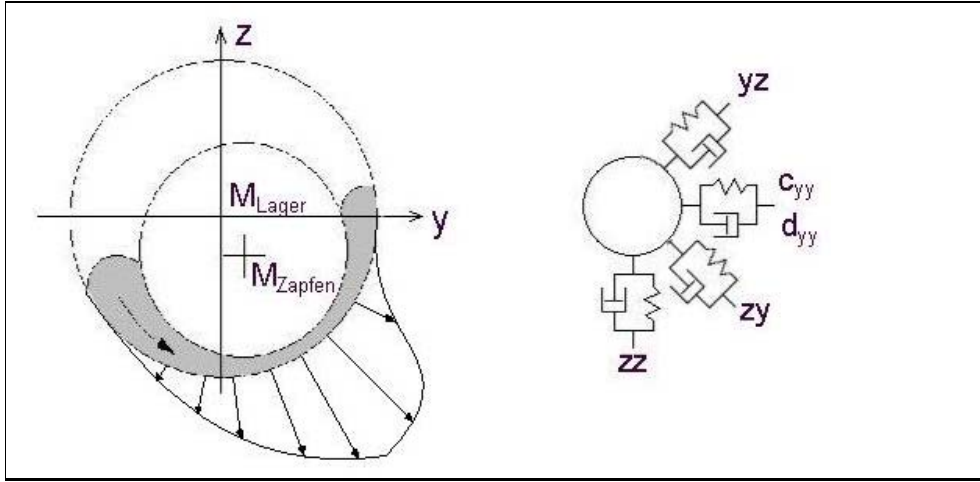


Abbildung 25: Prinzipskizze eines Gleitlagers und dessen Rechenmodell

Die in Abb. 25 benutzte Darstellung der Koppelglieder als schräg angeordnete Federn und Dämpfer ist vereinfachend zur Anschauung gedacht. Genauer wird die Kraftwirkung des Gleitlagers mit der FEM durch die Elementmatrix beschrieben, hier beispielhaft für die Steifigkeit:

$$\begin{bmatrix} \hat{F}_y \\ \hat{F}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{yy} & c_{zy} \\ c_{yz} & c_{zz} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{r}_y \\ \hat{r}_z \end{bmatrix} \quad (22)$$

Die Elementsteifigkeitsmatrix läßt sich, ebenso wie die Elementdämpfungsmatrix, in einen symmetrischen und einen unsymmetrischen Anteil aufspalten:

$$\begin{bmatrix} c_{yy} & c_{zy} \\ c_{yz} & c_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{yy} & c^* \\ c^* & c_{zz} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\Delta c \\ \Delta c & 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

Die Asymmetrie in letzterem Term ist für die Ausbildung von Instabilitäten verantwortlich. Zudem verhindern die unsymmetrischen Nebendiagonalglieder eine Diagonalisierung der Systemmatrizen des Gesamtmodells aus Rotor und Lagerung.

Die Steifigkeiten und Dämpfungen des Ölfilms werden durch die Auswertung der Reynoldsgleichung und anschließende Linearisierung bestimmt. Voraussetzung dafür ist u.a. die Beschränkung auf im Vergleich zum Lagerspiel kleine Auslenkungen [17]. In der Vergangenheit wurde häufig mit der Breit- oder Kurzlagertheorie gerechnet, heute verwendet man die FDM oder FEM. Die Unsicherheiten in der Beurteilung der Lagerkoeffizienten sind jedoch weiterhin groß, sie betragen etwa $\delta \approx 20 - 30\%$. Die Unsicherheiten stammen dabei jedoch nur zu einem kleinen Teil aus der Art und Parametrisierung des Rechenmodells. Der größere Anteil begründet sich durch die bislang nur eingeschränkt mögliche experimentelle Überprüfung [21].

Durch die Entwicklung von Mehrflächenlagern konnte die Stabilität im Vergleich zum in Abb. 25 dargestellten Zylinderlager bei eingeschränkter Tragfähigkeit entscheidend verbessert werden. Üblicherweise sind obengenannte Gleitlager vertikal deutlich steifer als in horizontaler Richtung. Das Kippsegmentlager stellt eine Weiterentwicklung der Mehrflächenlager dar. Es hat in den praxisüblichen Ausführungen den Vorteil, dass in der Berechnung keine Koppelglieder berücksichtigt werden müssen. Es besitzt eine höhere dynamische Stabilität, zudem sind die Lagerkoeffizienten bei entspr. Anordnung der Kippsegmente in beiden Richtungen gleich.

3.3.2 Beschreibung im FE-Modell

Die Vielfalt der Beschreibungsgrößen eines Gleitlagers führt zu der Notwendigkeit, diese etwa in Tabellenform zu verwalten. Dazu werden die Steifigkeits- und Dämpfungskoeffizienten meist in ihren physikalischen Einheiten notiert, in vielen Veröffentlichungen findet man auch die von Gliencke entwickelte dimensionslose Darstellung [19]. In jedem Fall müssen für jede Drehzahl 8 Größen berücksichtigt werden, Abb. 26 zeigt die Entwicklung der Steifigkeit und Dämpfung in y- und z-Richtung sowie in den gekoppelten yz- und zy-Richtungen über der Drehzahl.

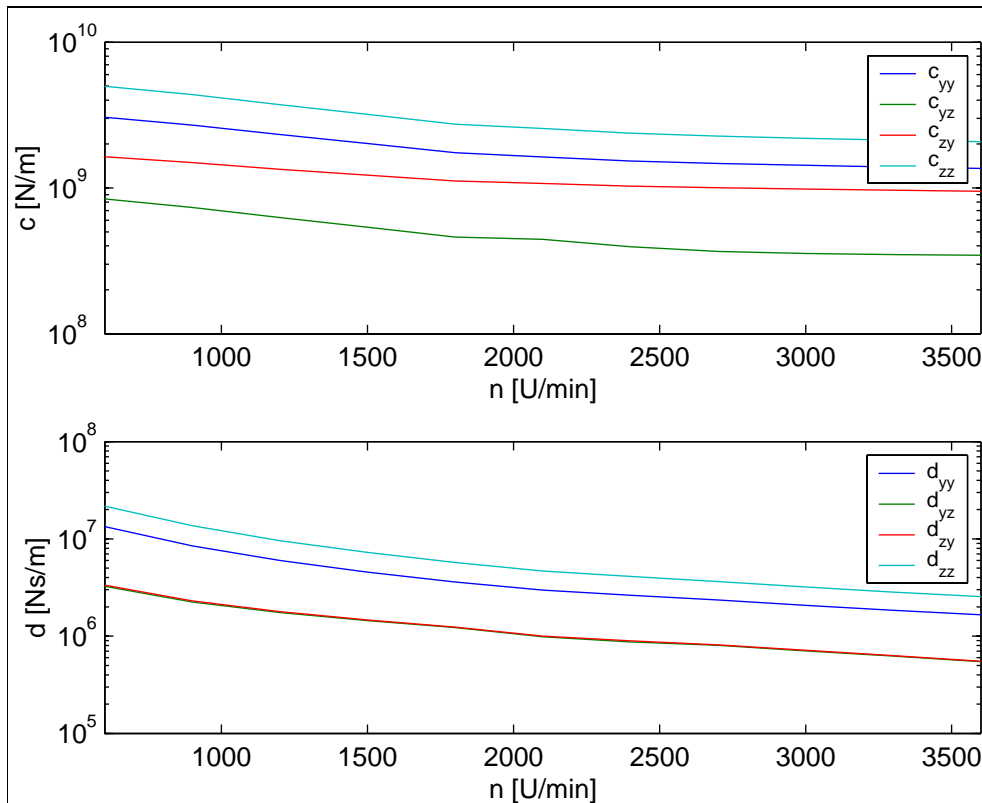


Abbildung 26: Steifigkeiten und Dämpfungen eines Gleitlagers

Die Charakteristik der Gleitlagerkoeffizienten verläuft stetig mit der Drehzahl und wird zumeist durch lineare Interpolation zwischen den berechneten Stützstellen beschrieben. Beim Vorsehen von Stützstellen alle 500...1000 U/min ergibt sich i.A. eine ausreichende Genauigkeit.

Für die Berechnung des dynamischen Maschinenverhaltens, etwa für die Übertragungsfunktion auf Unwuchtanregung, müssen die Gleitlagerdaten in der Steifigkeits- und Dämpfungsmatrix für jede Drehzahl aktualisiert werden. Die Systemmatrizen sind drehzahlabhängig, damit verändern sich auch die Eigenwerte über der Drehzahl. Diesem Umstand wird in der Praxis mit der Erstellung von Campbell-Diagrammen Rechnung getragen, welche die Entwicklung der Eigenfrequenzen über der Drehzahl darstellen. Abb. 27 zeigt einen typischen Plot.

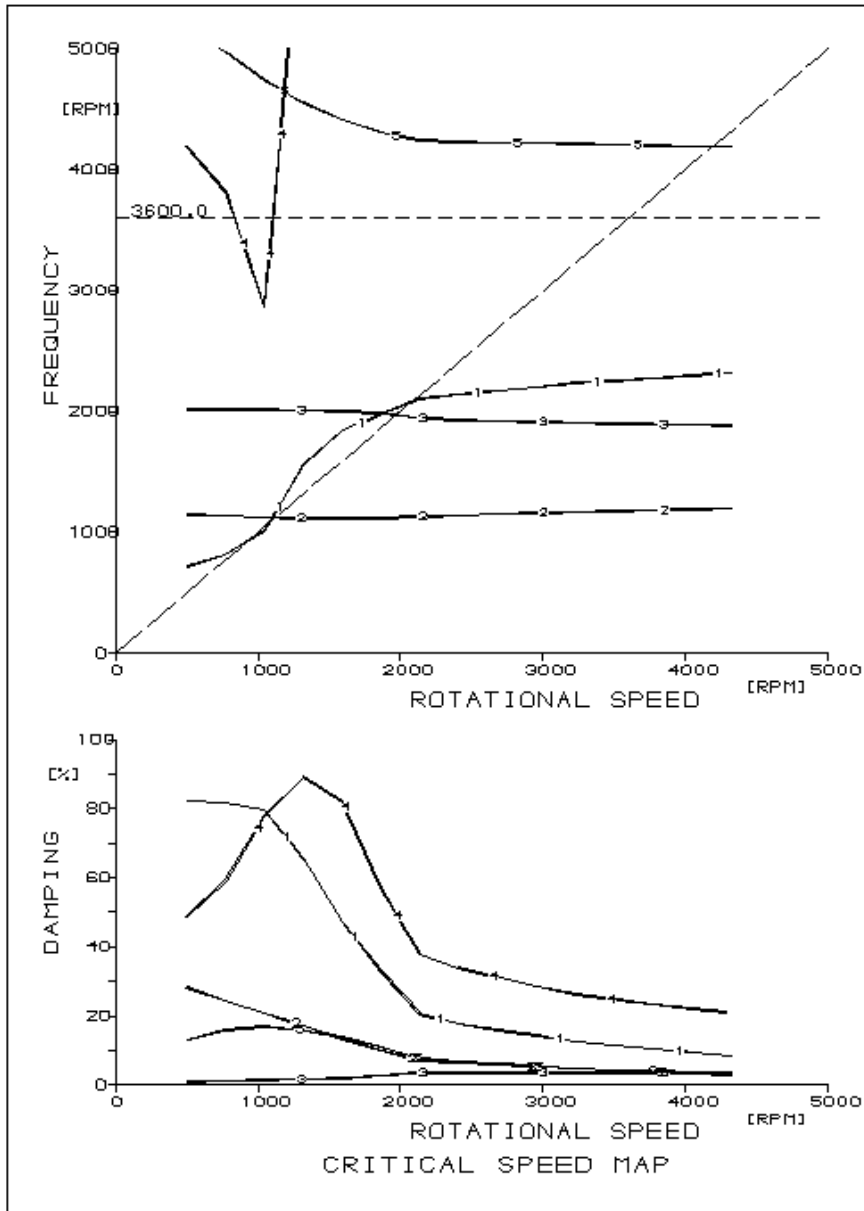


Abbildung 27: Verläufe von Eigenfrequenzen und modaler Dämpfung über der Drehzahl

Neben Unwuchtantwort und Eigenfrequenzen ist oft die Berechnung der Kraft im Ölfilm interessant. Es läßt sich dazu ein Kräftegleichgewicht zwischen Rotor und Unterbau aufstellen, Abb. 28 zeigt den Freischnitt in der horizontalen Richtung. Misst man die Relativschwingungen \hat{r}_y zwischen Rotor und Lagerbock und bestimmt sich daraus die Schwinggeschwindigkeit $\hat{v}_y = \hat{r}_y \cdot \Omega \cdot j$, lassen sich die Kräfte berechnen:

$$\begin{aligned}\hat{F}_{Ry} &= \hat{F}_{Ly} \\ \hat{F}_{Ry} &= \hat{r}_y \cdot c_{yy} + \hat{r}_z \cdot c_{yz} + \hat{v}_y \cdot d_{yy} + \hat{v}_z \cdot d_{yz}\end{aligned}\tag{24}$$

Entsprechendes gilt für die z-Richtung:

$$\begin{aligned}\hat{F}_{Rz} &= \hat{F}_{Lz} \\ \hat{F}_{Rz} &= \hat{r}_z \cdot c_{zz} + \hat{r}_y \cdot c_{zy} + \hat{v}_z \cdot d_{zz} + \hat{v}_y \cdot d_{zy}\end{aligned}\tag{25}$$

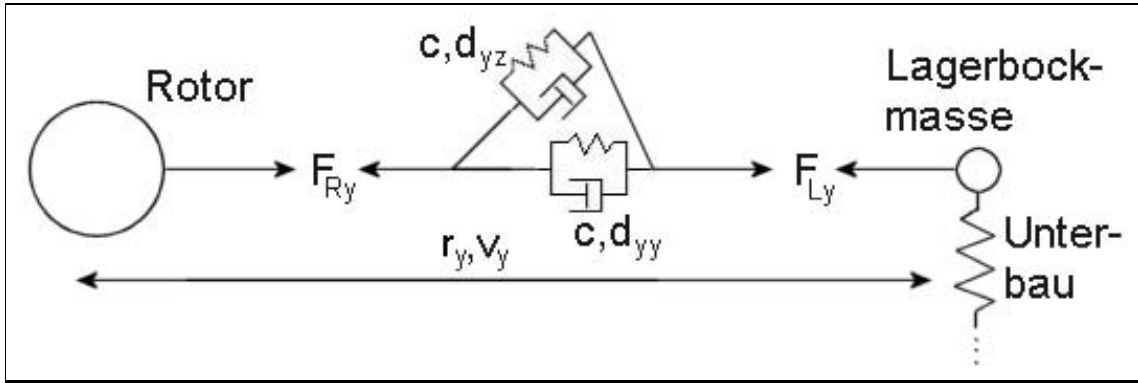


Abbildung 28: Freischnitt am Gleitlager zur Bestimmung der Lagerkraft

Die Relativmessung zwischen Rotor und Unterbau wird zur Schwingungsüberwachung häufig durchgeführt und steht somit ohne Mehraufwand zur Verfügung. Die so bestimmten Kräfte werden in einem späteren Abschnitt dazu benutzt, die Dynamik des Unterbaus zu bestimmen.

3.3.3 Experimentelle Überprüfung

Die experimentelle Überprüfung der Gleitlagerkoeffizienten erweist sich aus mehreren Gründen als schwierig. Die Literatur [20, 22] u.a. beschreibt einerseits Verfahren mit sehr hohem experimentellem Aufwand, andererseits Verfahren mit sehr starker Vereinfachung.

So wird z.B. vorgeschlagen, zur Anregung des Rotors ein Magnetlager zu installieren. Der Rotor wird auf interessierende Messdrehzahlen gefahren und mit einem Frequenzsweep über das Magnetlager zum Schwingen gebracht. Die Rotorauslenkungen werden an einer großen Anzahl von Messstellen berührungslos ermittelt, um dessen Eigenfrequenzen und -formen ableiten zu können. Mit dieser Methode, die für jede Drehzahl zu wiederholen ist, kann relativ sicher auf die Lagereigenschaften geschlossen werden.

Eine andere, oft publizierte Methode, geht von einem vereinfachten Rotormodell aus. Hier reicht eine Unwuchtanregung, die Lagersteifigkeiten werden für alle Drehzahlen in einem Messlauf bestimmt. Grundlage ist das Kräftegleichgewicht am freigeschnittenen Lager, vgl. Abb. 28. Außer den gemessenen Schwingungen und den gesuchten Lagerkennwerten werden alle Modellgrößen als bekannt angenommen. Bei den hier vorgestellten Maschinen können solche vereinfachenden Annahmen nicht getroffen werden.

An dieser Stelle wird lediglich auf den Einfluss der Betriebsbedingungen auf die errechneten Steifigkeiten eingegangen. Auf diese Art wird festgestellt, ob eine genauere Erfassung der relevanten Einflussgrößen auf die Gleitlagerberechnung lohnenswert erscheint. Es wurden an drei Rechenmodellen Parameter variiert und die Gleitlagerkoeffizienten berechnet. Für die Untersuchung wurden die Umgebungstemperatur T_{amb} und die Schmiermittelzufuhrtemperatur T_{en} um jeweils $\delta T = 5^\circ \text{ C}$ verändert. Das Lagerspiel $psim$ wurde um eine Spielstufe erhöht. Als letzter Einflussfaktor wurde die Lagerlast um $\delta F_R = 3\%$ verändert. Die Auswahl der Parameter sowie deren Variationsgrenzen entsprechen der Obergrenze der Unsicherheiten, die bei der Gleitlagerberechnung der vorliegenden Maschinen auftreten.

Um die Veränderungen in den berechneten Steifigkeiten zu quantifizieren, wurden diese für jede der 4 Parameteränderungen in einen Vektor c_{del_p} mit den Koeffizienten für jede Drehzahl untereinander einsortiert. Die Differenznorm dieser Vektoren zum Ausgangsvektor c_{orig} wurde auf die Norm des Ausgangsvektors bezogen:

$$\delta c_p = \frac{\|c_{del_p} - c_{orig}\|}{\|c_{orig}\|} \quad (26)$$

Abb. 29 zeigt die bezogene Norm der Steifigkeitsveränderung δc_p , die sich bei Variation der Parameter einstellt.

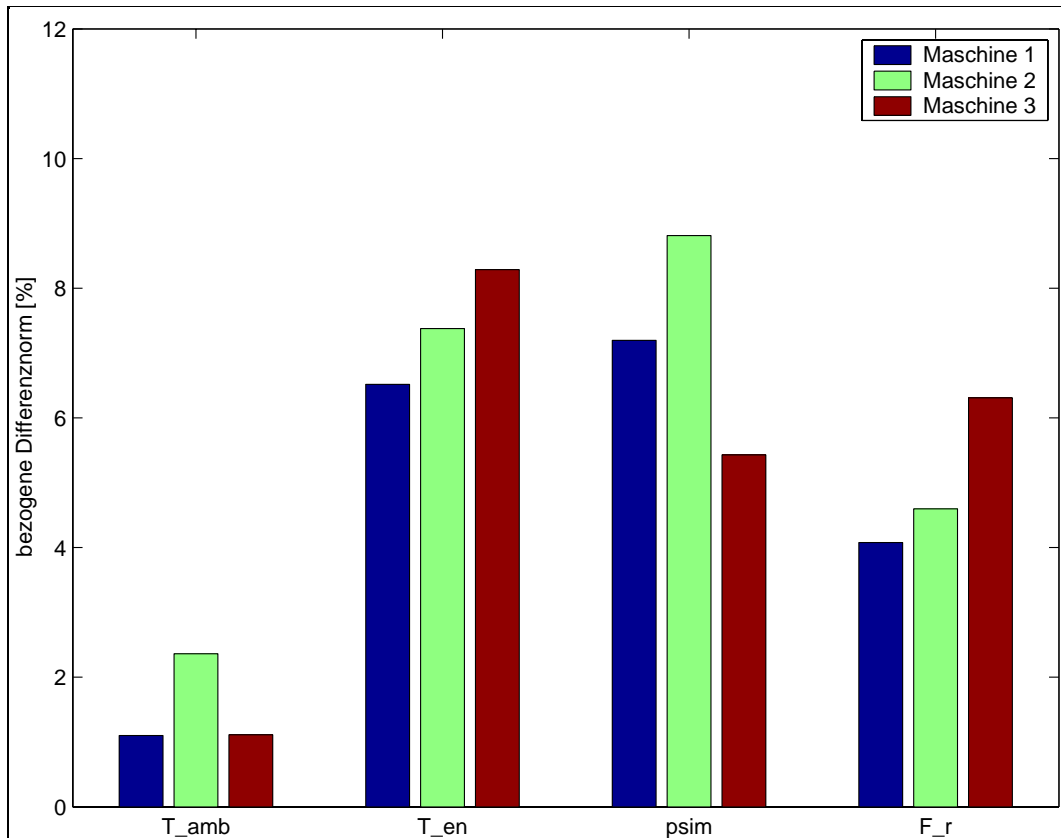


Abbildung 29: Einfluss relevanter Betriebsparameter auf die Steifigkeitskoeffizienten

Die Änderungen in den Betriebsparametern bewirken nur kleine Änderungen in der Berechnung der Steifigkeiten. Der Einfluss der Umgebungstemperatur ist bei den hier vorliegenden umlaufgeschmierten Lagern mit externer Kühlung gering. Die Temperatur des Kühlmittels sowie die Änderung der Lagerspielstufe bewirken eine Steifigkeitsänderung von $\delta c_p < 10\%$. Die Unsicherheit bzgl. der Lagerlast hat einen etwas geringeren Einfluss.

Der Einfluss der Eingangsparameter in deren Genauigkeitsgrenzen auf die Gleitlagerberechnung ist geringer als die oben beschriebene Unsicherheit in der Beurteilung der Lagerkoeffizienten. Es ist zudem davon auszugehen, dass Anstrengungen zur genaueren Erfassung der Einflussgrößen die dadurch verursachten Unsicherheiten nur teilweise verringern würden. Ein erhöhter Aufwand bei der Erfassung der Betriebsparameter erscheint in Hinblick auf den erwarteten Nutzen somit als nicht gerechtfertigt.

3.4 Magnetlager

3.4.1 Übersicht

In einigen Anwendungsfällen geht man heute von der Gleit- zur aktiven Magnetlagerung über, Abb. 30 zeigt eine technische Realisierung. Das Wirkprinzip beruht auf dem Elektromagnetismus, es wird ein geregelter Schwebezustand des Rotors in den Lagern erreicht. Ein Sensor misst die radiale Rotorposition, aus dieser wird ein Regelsignal berechnet, welches über die Leistungselektronik auf die Elektromagneten einwirkt. Diese wiederum erzeugen die zum Erreichen der Sollposition nötige Magnetkraft, siehe Abb. 31.

Die berührungslose Lagerung führt zu einem verschleiß- und reibungsfreien Betrieb. Im Vergleich zu den im vorangegangenen Abschnitt beschriebenen Gleitlagern lassen sich sehr hohe Drehzahlen realisieren. Ein weiterer Vorteil liegt in der unabhängig von der Lagerlast einstellbaren Lagersteifigkeit und -dämpfung.

Zudem lässt sich ein Magnetlager als Aktor und als Sensor verwenden, wodurch sich Möglichkeiten zur Fehlerdiagnose und aktiven Schwingungsdämpfung erschließen. Das Lager lässt sich durch seine Schmierstofffreiheit auch in der Reintechnologie und Vakuumtechnik einsetzen.



Abbildung 30: Technische Realisierung, aus [25]

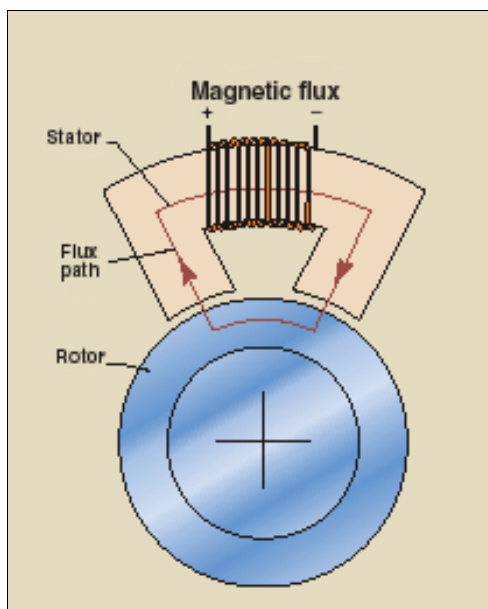


Abbildung 31: Wirkprinzip, aus [25]

Die Notwendigkeit der Magnetlagerregelung bedingt die ständige Abtastung der Rotorposition zur Generierung des dynamischen Spulenstroms. Diese Informationen stehen damit für eine umfassende Maschinen- und Lagerüberwachung automatisch zur Verfügung. Nachteilig ist vor allem die erreichbare Lagerlast zu bewerten, die den Einsatz von Magnetlagern bei großen Maschinen erschwert. Im Vergleich zum Gleitlager, welches eine spezifische Tragkraft von bis zu 4000 N/cm^2 besitzt, werden beim Magnetlager bisher lediglich Werte von ca. 60 N/cm^2 erreicht [1]. Aus diesem Grund erfordert der Einsatz der Magnetlager einen deutlich höheren Bauraum sowohl am Rotor als auch in der Gesamtmaschine. Zudem ist es notwendig, pro Lagerstelle ein konventionelles Lager bereitzustellen. Diese Fanglager tragen den Rotor bei ausgeschalteten Magnetlagern im Stillstand sowie beim

Abbremsen nach einem unvorhergesehenen Systemausfall.

Die Auslegungs- und Fertigungskosten eines Magnetlagers sind heute noch deutlich höher als bei Gleitlagern, die Inbetriebnahme erfordert zudem ein hohes Maß an Know-how und Anpassungsaufwand.

3.4.2 Magnetlagerauslegung

Neben der mechanischen Auslegung sind die Auswahl der Leistungselektronik sowie die Erstellung der Regelungsstruktur die Hauptschwerpunkte bei der Bereitstellung eines Magnetlagers. Das Zusammenspiel von Maschinenbau, Elektrotechnik und Informatik führte so zu einem neuen Forschungsgebiet, der Mechatronik [23]. Die wichtigsten Komponenten eines Magnetlagers sind im Blockschaltbild, Abb. 32, dargestellt.

Die dynamische Abbildung des mechanischen Systems bildet den ersten Schritt bei der Magnetlagerauslegung. Hier sind insbesondere die Lage der Eigenfrequenzen sowie die axiale Lage der Eigenformknoten von Bedeutung. Die Anzahl der Eigenfrequenzen im Drehzahlbereich bestimmt die benötigte Komplexität des Regelungssystems. Die Betrachtung der Eigenformen ist besonders für die axiale Platzierung der Lagerung maßgeblich. Die Rotorauslenkungen sind in der Nähe des Schwingungsknotens nur schlecht beobacht- und steuerbar. Es werden dadurch i.A. unzulässig hohe Anforderungen an die Sensorik sowie die Leistungselektronik gestellt.

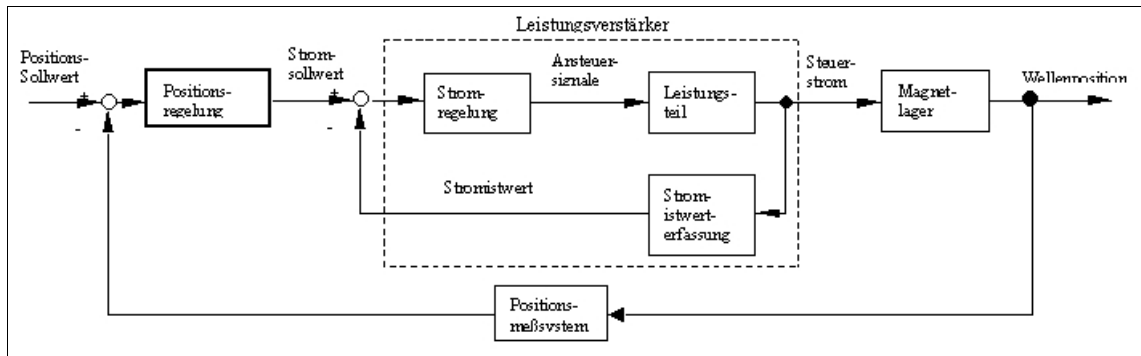


Abbildung 32: Blockschaltbild eines Magnetlagers, aus [26]

Einen weiteren Gesichtspunkt bei der mechanischen Auslegung stellt die Dynamik des Unterbaus dar. Da die Rotorauslenkungen relativ zum Lagerbock gemessen werden, ist darauf zu achten, dass dessen Eigenfrequenzen im eingebauten Zustand außerhalb des Drehzahlbereichs liegen.

Im zweiten Schritt werden die Geometrie der Magnetlager und die Leistungselektronik konzipiert. Die Anordnung und die Abmessungen der Magnetlagerpole werden in Hinsicht auf Effektivität, benötigte Leistung und Platzbedarf optimiert.

Der Entwurf des Reglers stellt den wohl aufwändigsten Teil der Magnetlagerauslegung dar. Es ist sinnvoll, diesen parallel zur mechanischen Auslegung zu entwickeln, um mögliche Regelungsengpässe zu erkennen und zu vermeiden. Die heutigen Verfahren zum Reglerentwurf befassen sich mit dem Amplituden- und Phasengang sowie der Stabilität des geschlossenen Regelkreises [23].

Der Amplituden- und Phasengang beschreibt die Steifigkeits- und Dämpfungswirkung des Magnetlagers in Abhängigkeit der Drehfrequenz. Diese werden durch die Regelparameter bestimmt und beschreiben die auf den Rotor wirkenden Kräfte. Wie beim Kippsegmentlager treten keine Koppelterme auf. Zusätzlich gibt es i.A. keine Unterschiede bezüglich horizontaler und vertikaler Richtung.

3.4.3 Kraftwirkung des Magnetlagers

Der Elektromagnet eines Magnetlagers zeigt bis zum Eintreten der Sättigung eine quadratische Abhängigkeit der Kraft zum Steuerstrom [23]. Meist wird mit einer Differenzansteuerung von zwei sich am Rotor gegenüberliegenden Elektromagneten gearbeitet, wobei der obere Magnet mit dem positiven und der untere Magnet mit negativem Steuerstrom beaufschlagt wird. Es gelingt dadurch besser, die Kraft-Strom-Kennlinie zu linearisieren, zudem können so auch Kräfte in gegenüberliegenden Richtungen aufgebracht werden.

Die Abhängigkeit der Kraft von der Rotorposition ist reziprok quadratisch und kann ebenfalls im Arbeitspunkt linearisiert werden. Reduziert sich der Abstand des Rotors vom Magneten, steigt die anziehende Kraft an und verstärkt die Abweichung von der Sollposition. Wenn der Regler die Positionsabweichung nicht durch eine Stromänderung korrigieren würde, käme es zum Kontakt des Rotors mit dem Magneten.

Abb. 33 zeigt in blau den Kraftverlauf im Magnetfeld bei Stromänderung (links) und Wegänderung (rechts). Im oberen Teil des Bildes ist das Verhalten eines einzelnen Elektromagneten dargestellt, im unteren Teil das bei Differenzansteuerung. Zusätzlich sind in grün die linearisierten Verläufe im Arbeitspunkt eingezeichnet.

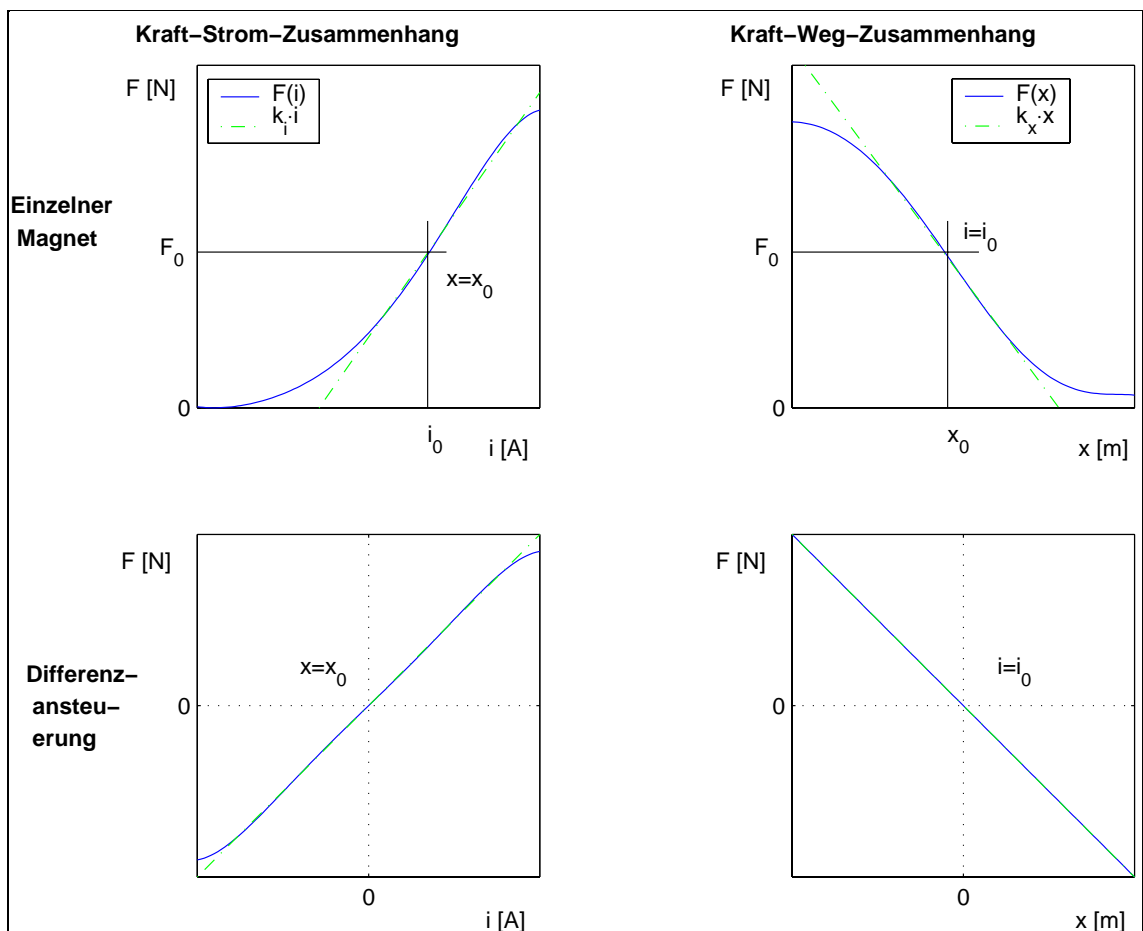


Abbildung 33: Magnetlagerkennlinien in Einzel- und Differenzansteuerung, nach [23].

Die Kraftwirkung des Elektromagneten lässt sich aus der magnetischen Energiedichte und dem Durchflutungsgesetz herleiten [24]:

$$\hat{F} = \frac{\mu_0 \cdot A \cdot N^2}{4} \cdot \left(\frac{1}{\mu_{rLuft}} - \frac{1}{\mu_{rFe}} \right) \cdot \frac{i^2}{\left(\frac{r_{Fe}}{2 \cdot \mu_{rFe}} + r_0 \right)^2} \quad (27)$$

Hier bedeuten μ_0 die magnetische Feldkonstante, A die Ankerquerschnittsfläche, N die Wicklungszahl, μ_{rLuft} und μ_{rFe} die relativen Permeabilitäten von Luft und Eisen sowie r_{Fe} den Weg der Feldlinien im Eisen (vgl. flux path, Abb. 31). Unter Verwendung dieser Größen stellt Glg. (27) einen nichtlinearen Zusammenhang zwischen Spulenstrom i und Luftspalt r_0 und der Kraft im Magnetfeld \hat{F} her. Die Gesamtkraftwirkung bei der Linearisierung um den Arbeitspunkt berechnet sich nach Vereinfachung und Umformung aus der Summe der Strom- und Wegeinflüsse. Bei geeigneter Wahl des Reglers wird eine stabile Lagerung möglich [24]:

$$\hat{F} = k_i \cdot \hat{i}_{dyn} + k_x \cdot \hat{r}_{dyn} \quad (28)$$

Die Magnetlagerkraft \hat{F} wird somit linear über die Proportionalitätsfaktoren k_i und k_x aus den dynamischen Stromanteilen \hat{i}_{dyn} und den Weganteilen \hat{r}_{dyn} bestimmt. Die in Abb. 33 angedeutete Linearisierung im Arbeitspunkt gelingt mit der Differenzansteuerung deutlich besser als mit nur einem Magneten. Die Wegänderung bewirkt eine abfallende Tendenz in der Kraft. Sie entspricht einer negativen Steifigkeit und wirkt destabilisierend. In Glg. (28) äußert sich dieser Umstand darin, dass entweder das k_x negativ eingesetzt wird oder für die Wege eine Koordinatentransformation durchgeführt wird.

3.4.4 Beschreibung im FE-Modell

Die Modellbeschreibung erfolgt analog zum Gleitlager. Es werden Tabellen, bzw. Polynome für die Steifigkeiten und Dämpfungen in Abhängigkeit von der Drehzahl erzeugt. Das Fehlen der Koppelterme verringert die Anzahl der zu speichernden Parameter. Die Angaben der Magnetlagerhersteller beruhen auf dem zur Auslegung herangezogenen Rechenmodell und müssen a priori als fehlerbehaftet angenommen werden. Um das dynamische Verhalten der Gesamtmaschine sauber abbilden zu können, ist es nötig, die Steifigkeiten und Dämpfungen der Lager in einem Modellanpassungsverfahren an ihre realen Werte heranzuführen. Die Vorgehensweise analog dem bei Gleitlagerung führt zu einer Vielzahl von Beschreibungsgrößen.

3.4.5 Ermittlung der Lagerkoeffizienten aus einem Messlauf

Beim Magnetlager lassen sich die Steifigkeits- und Dämpfungsverläufe in y- und z-Richtung aus k_i und k_x sowie einem einzigen Messlauf ermitteln. Die gemessenen Lagerströme und Schwingwege des Rotors werden in Glg. (28) eingesetzt, um die auf den Rotor wirkende Kraft in y- und z-Richtung zu bestimmen. Vorausgesetzt wird hierbei die Kenntnis von k_i und k_x , welche entweder experimentell ermittelt oder den Herstellerangaben entnommen werden.

Zunächst wird aus der dynamischen Lagerkraft \hat{F}_y und den Rotorschwingungen \hat{r}_y eine komplexe Lagersteifigkeit \hat{c}_{yy} ermittelt. Diese wird unter Berücksichtigung der Kreisfrequenz Ω in Real- und Imaginärteil aufgespalten, um die Steifigkeit und Dämpfung zu ermitteln:

$$\begin{aligned}\hat{c}_{yy} &= \hat{F}_y \cdot \hat{r}_y^{-1} \\ c_{yy} &= \operatorname{Re}\{\hat{c}_{yy}\} \\ d_{yy} &= \operatorname{Im}\{\hat{c}_{yy}\} \cdot \Omega^{-1}\end{aligned}\tag{29}$$

Entsprechendes gilt für die Steifigkeit und Dämpfung der z-Richtung. Werden die Steifigkeits- und Dämpfungskoeffizienten über die Magnetlagerkraft ermittelt, verringert sich der Beschreibungsaufwand erheblich. Statt der Verläufe jedes Koeffizienten über der Drehzahl sind nur noch die zwei reellen und konstanten Faktoren k_i und k_x notwendig. Selbst wenn über die Faktoren kein genaues Wissen besteht, ist der Rechenaufwand für ein nachgeschaltetes Modellanpassungsverfahren deutlich geringer als bei der Verwendung von Lagertabellen.

3.4.6 Experimentelle Validierung

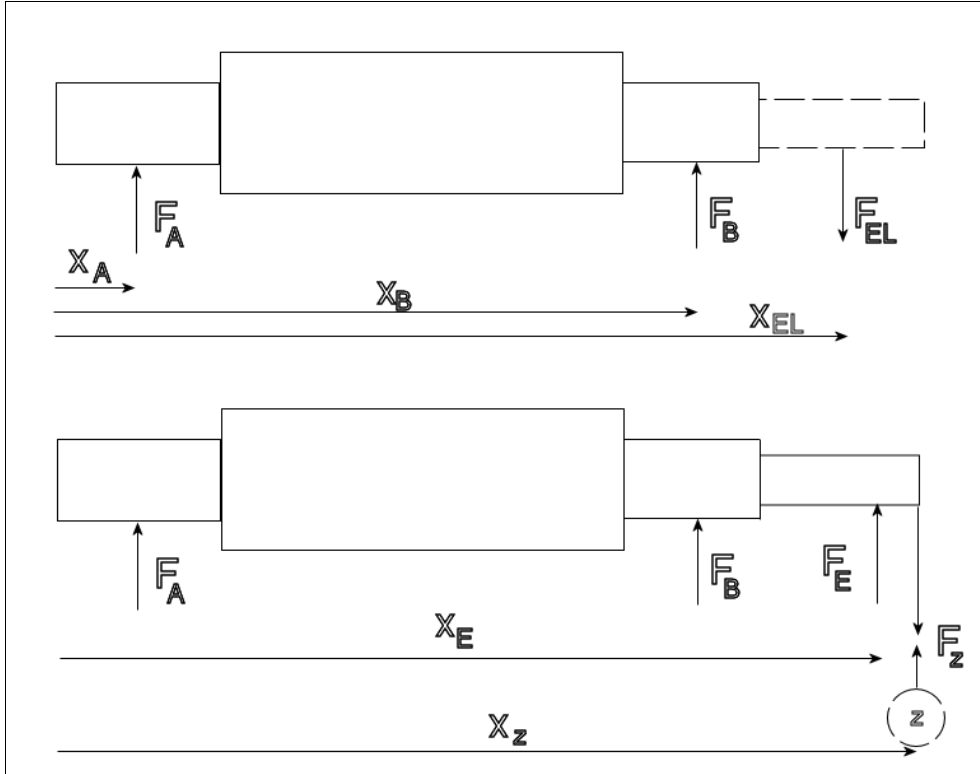
Der Ermittlung der Steifigkeits- und Dämpfungsverläufe geht die Ermittlung der Kraftkoeffizienten voraus. Zunächst wird die Kraft-Stromkonstante k_i aus der Änderung der Halteströme bei bekannter Laständerung bestimmt.

Bestimmung der Kraft-Stromkonstante k_i

Im Experiment befand sich der Hauptläufer der Maschine „Magnetelast“ im Schwebezustand, d.h. im Arbeitspunkt der Magnetlager. Im ersten Schritt wurden die Hauptlager der Maschine untersucht, das Erregerlager blieb ausgeschaltet, vgl. Abb. 34, oberer Teil. Durch das Anflanschen des Erregerläufers, gestrichelt rechts im Bild, veränderte sich die Massenverteilung auf die Lager. Der Läufer verblieb durch die Magnetlagerregelung in zentrischer Position, allerdings bei veränderten Halteströmen.

Mit den Differenzströmen ΔI_A und ΔI_B am A- und B-Lager ließ sich mit $F_{EL} = m_{EL} \cdot g$ nun ein Kräfte- und Momentengleichgewicht aufstellen:

$$\begin{aligned}\Delta I_A \cdot k_{i_A} + \Delta I_B \cdot k_{i_B} &= m_{EL} \cdot g \\ \Delta I_A \cdot k_{i_A} \cdot x_A + \Delta I_B \cdot k_{i_B} \cdot x_B &= m_{EL} \cdot g \cdot x_{EL} \\ k_{i_A} &= 2497 \text{ N/A} \\ k_{i_B} &= 2722 \text{ N/A}\end{aligned}\tag{30}$$

Abbildung 34: Experimentelle Ermittlung der Kraft-Stromproportionalität k_i

Hier bedeuten x_A , x_B und x_{EL} die Abstände der Lagerstellen A und B sowie des Massenmittelpunktes des Erregerläufers, bezogen auf den Rotoranfang, g ist die Gravitationskonstante. Die aus dem Gleichungssystem (31) extrahierten Konstanten streuen um die Herstellerangabe von $k_i = 2544 \text{ N/A}$. Es handelte sich im vorliegenden Fall um baugleiche Magnetlager, so war ein statistischer Fehlerausgleich möglich, $k_{i_A} = k_{i_B} = 2610 \text{ N/A}$.

Das Erregerlager wurde auf ähnliche Weise untersucht. Dafür wurde der Gesamtläufer an allen drei Lagerstellen unterstützt, die Regelung sorgte wieder für eine zentrische Position. Es wurde eine Zusatzmasse m_Z am Rotorende befestigt, siehe Abb. 34, unterer Teil. Mit Hilfe der Differenzströme ΔI_A , ΔI_B und ΔI_E an den drei Lagerstellen sowie den Positionen x_E und x_Z von Erregerlager und Lastenabgriffsstelle wurden wieder ein Kräfte- und ein Momentengleichgewicht aufgestellt:

$$\begin{aligned}
 \Delta I_A \cdot k_{i_A} + \Delta I_B \cdot k_{i_B} + \Delta I_E \cdot k_{i_E} &= m_Z \cdot g & (31) \\
 k_{i_E} &= 432 \text{ N/A} \\
 \Delta I_A \cdot k_{i_A} \cdot x_A + \Delta I_B \cdot k_{i_B} \cdot x_B + \Delta I_E \cdot k_{i_E} \cdot x_E &= m_Z \cdot g \cdot x_Z \\
 k_{i_E} &= 485 \text{ N/A}
 \end{aligned}$$

Da $k_{i_A} = k_{i_B}$ bekannt war, konnte wieder ein statistischer Fehlerausgleich vorgesehen werden, $k_{i_E} = 458 \text{ N/A}$. Tab. 5 zeigt den Vergleich mit den Herstellerangaben.

Bei den Hauptlagern bestehen kaum, beim Erregerlager jedoch recht deutliche Unterschiede zur Messung. Die Unsicherheiten bei der beschriebenen experimentellen Bestimmung von k_i befanden sich bei etwa 5%. Die Hauptfehlerquellen lagen in der Ausrichtung der Magnetlager relativ zum Rotor sowie in Unsicherheiten bei der Bestimmung der relevanten Abstände und Massen.

k_i [N/A]	Herstellerangabe	Messung	Abweichung
HL	2544	2610	2.6%
EL	533	458	-14%

Tabelle 5: Vergleich der experimentell ermittelten k_i zur Herstellerangabe.*Bestimmung der Kraft-Wegkonstante k_x*

Der gängige Weg zur Bestimmung des k_x erfolgt mit Hilfe eines Magnetometers. Dieses misst mit einem Hall-Sensor die magnetische Flussdichte im Luftspalt, die Integration über die vermessene Fläche führt auf die Kraft im Magnetfeld [23]. Der Rotor wird dazu mittels der Lager über eine Lagevorgabe im Magnetfeld bewegt. Mit bekanntem k_i lässt sich dann ein Zusammenhang zwischen den Lageänderungen und den mit dem Magnetometer bestimmten Kräften herstellen. Ein solches Gerät stand für die Untersuchungen nicht zur Verfügung, aus diesem Grunde musste auf die experimentelle Ermittlung der Kraft-Weg-Konstante verzichtet werden.

Bestimmung der Lagersteifigkeit und -dämpfung

Mit der Kenntnis von k_i und k_x und einem Messlauf wurden nun die Lagerkoeffizienten ermittelt. Für das k_i wurden die experimentell ermittelten Werte verwendet, das k_x wurde dem Datenblatt des Herstellers entnommen. Die Betrachtungen gingen von einem vereinfachten Startmodell der Maschine „Magnetelast“ aus, dessen Lagersteifigkeiten und -dämpfungen auf konstante Werte gesetzt wurden. Die Größenordnung der diesbezüglichen Herstellerangaben wurde beibehalten, die Vereinfachung lag in der Vernachlässigung der Drehzahlabhängigkeit der Werte. Im ersten Schritt wurde ein gemessener Schwingungslauf eingelesen, die Schwingwege des Rotors sowie die Lagerströme wurden in Glg. (28) eingesetzt, um die Lagerkräfte zu berechnen. Die Anwendung der Glg. (29) führte zu den Steifigkeits- und Dämpfungsverläufen, die in Abb. 35 dargestellt sind. Um den Einfluss der Messfehler zu minimieren, wurden diese als Polynome 4. Grades approximiert. Die vom Lagerhersteller angegebenen Verläufe sind zum Vergleich ebenfalls eingezeichnet.

Die aus der Messung bestimmten Steifigkeitsverläufe der Hauptlager, obere 2 Grafiken links, unterscheiden sich nur unwesentlich von den Herstellerangaben. Die Steifigkeit des Erregerlagers, unten links, wird durch die Verwendung des aus der Messung ermittelten k_i etwas niedriger ermittelt. Zudem bestehen geringe Unterschiede bzgl. horizontaler und vertikaler Richtung, hier zeigt sich der Einfluss von Messfehlern.

Im Vergleich mit der Steifigkeit gestaltet sich die Ermittlung der Dämpfung, rechts in Abb. 35, etwas schwieriger. Der Imaginärteil der komplexen Steifigkeit liegt Größenordnungen unter dem Realteil und wird im Wesentlichen durch die Phasendifferenz von Kraft und Schwingweg bestimmt. Die Dämpfungsbestimmung ist aus diesen Gründen stark messfehlerbehaftet. Vor allem bei kleinen Drehzahlen sind die Streuungen aufgrund der Teilung durch Ω in Glg. (29) recht hoch. Die Selektion von zu kleinen und damit stark messfehlerbehafteten Schwingwerten eliminierte meist kleine Drehzahlen, so dass sich das Polynom dort nur auf wenige

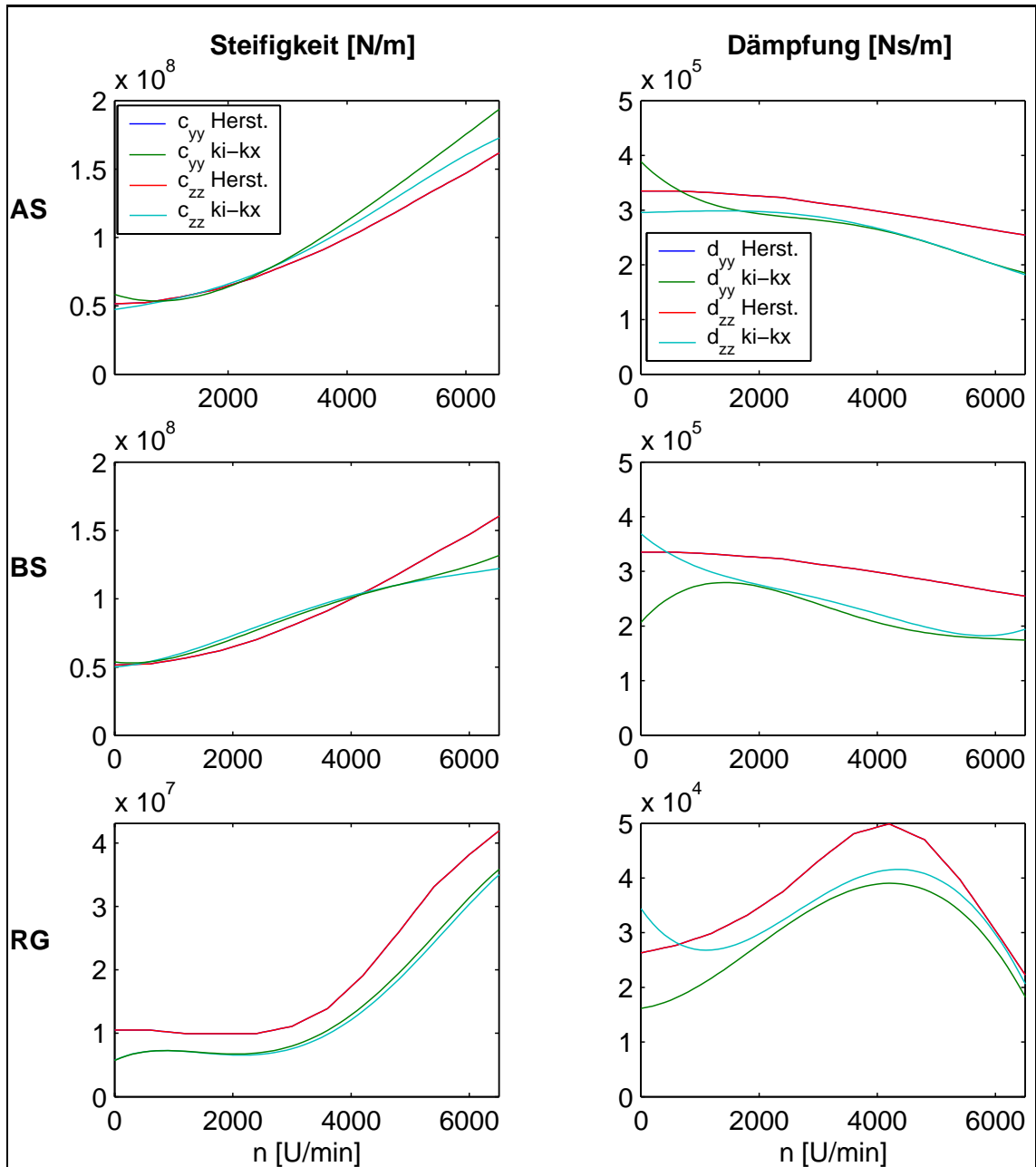


Abbildung 35: Messtechnisch ermittelte Steifigkeiten und Dämpfungen der Magnetlager.

Werte stützt. Die Dämpfungswerte zeigen aus diesen Gründen etwas größere Unterschiede in horizontaler und vertikaler Richtung. Sie sind an allen Lagerstellen etwas kleiner als die Herstellerangaben.

Der Einfluss der Lagersteifigkeit und -dämpfung auf das Schwingungsverhalten des Rotors zeigt sich in Abb. 36. Die Anordnung der Grafiken sowie die zugrundeliegende Messung entspricht Abb. 24. Links ist die mit konstanten Lagersteifigkeiten und -dämpfungen berechnete Testgewichtsantwort dargestellt. Die Kurve „Rechnung“ auf der rechten Seite wurde mit den aus der Messung ermittelten Verläufen für c und d erzeugt. Für beide Berechnungen wurde das im Abschnitt „Rotormodell“ beschriebene Modell für den Rotor verwendet, es wurden lediglich die Lagerparameter verändert.

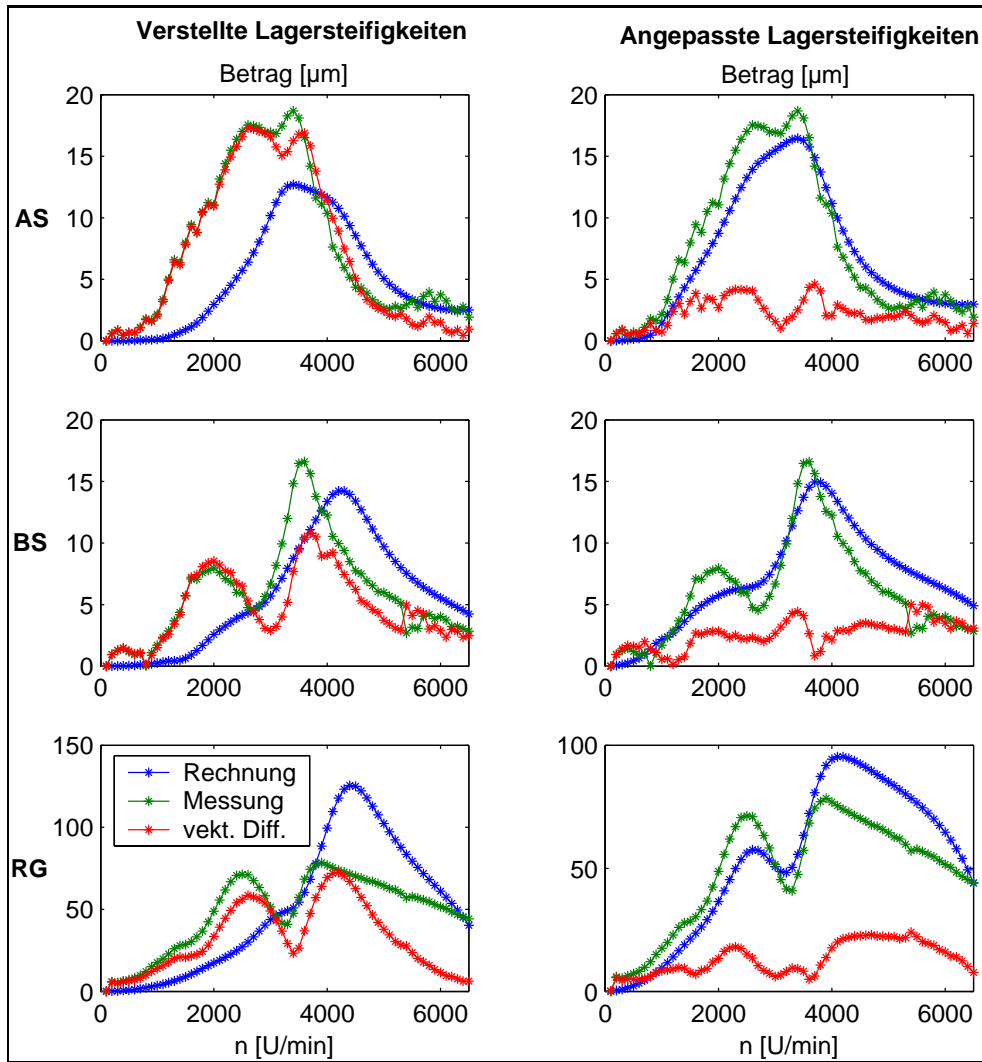


Abbildung 36: Berechnete Testgewichtsantwort mit konstanten und messtechnisch ermittelten Lagersteifigkeiten

Auf der linken Bildseite zeigt sich der recht gravierende Einfluss der Lagerung auf das dynamische Verhalten des Rotors. Die Resonanzüberhöhungen der Rechnung liegen meist bei höheren Frequenzen als in der Messung oder sind nicht sichtbar. Die vektorielle Differenz zwischen Messung und Rechnung mit konstanten Lagersteifigkeiten liegt in der Größenordnung der Messung, die nach Glg. (20) ermittelte Unerklärtheit beträgt $\delta = 77\%$.

Die Grafiken auf der rechten Seite stimmen sehr gut mit der rechten Bildseite von Abb. 24 überein. Dieses Ergebnis ist plausibel, da die messtechnisch ermittelten Lagerparameter von den Herstellerangaben nicht gravierend abweichen. Die Unerklärtheit beträgt jetzt $\delta = 31\%$ und setzt sich nunmehr aus den Unsicherheiten in der Anregung sowie dem Einfluss des Messrauschens zusammen. Die prinzipielle Anwendbarkeit des beschriebenen Vorgehens zur Ermittlung der Magnetlagersteifigkeiten und -dämpfungen wurde demnach bestätigt.

3.5 Unterbau

Der Begriff „Unterbau“ umfasst die Modellteile unterhalb des Ölfilms bzw. des Magnetfelds. Vor allem die Steifigkeit des Lagerbocks, des Grundrahmens und des Fundaments sind dabei von Bedeutung. Der Unterbau beeinflusst das dynamische Verhalten des Rotors, indem er durch seine Übertragungsfunktion die Lagersteifigkeit bzgl. des Inertialsystems verringert. In dieser Arbeit wird davon ausgegangen, dass eine Abbildung der Verbindung vom Rotor zum Inertialsystem durch eine Reihenschaltung von Federsteifigkeiten und mitschwingenden Massen der relevanten Teile ausreichend ist. Es wird unterstellt, dass die Vernachlässigung der Kopplungen von einem Lager zum anderen gerechtfertigt ist.

Abb. 37 zeigt die Maschine „Magnetelast“ ohne Schallschutzhauben. Der Rotor befindet sich in den Magnetlagern, deren Lagerböcke auf dem Grundrahmen aufgespannt sind. Der Grundrahmen selbst wird für den Betrieb der Maschine über Spannschrauben mit dem Fundament verbunden.

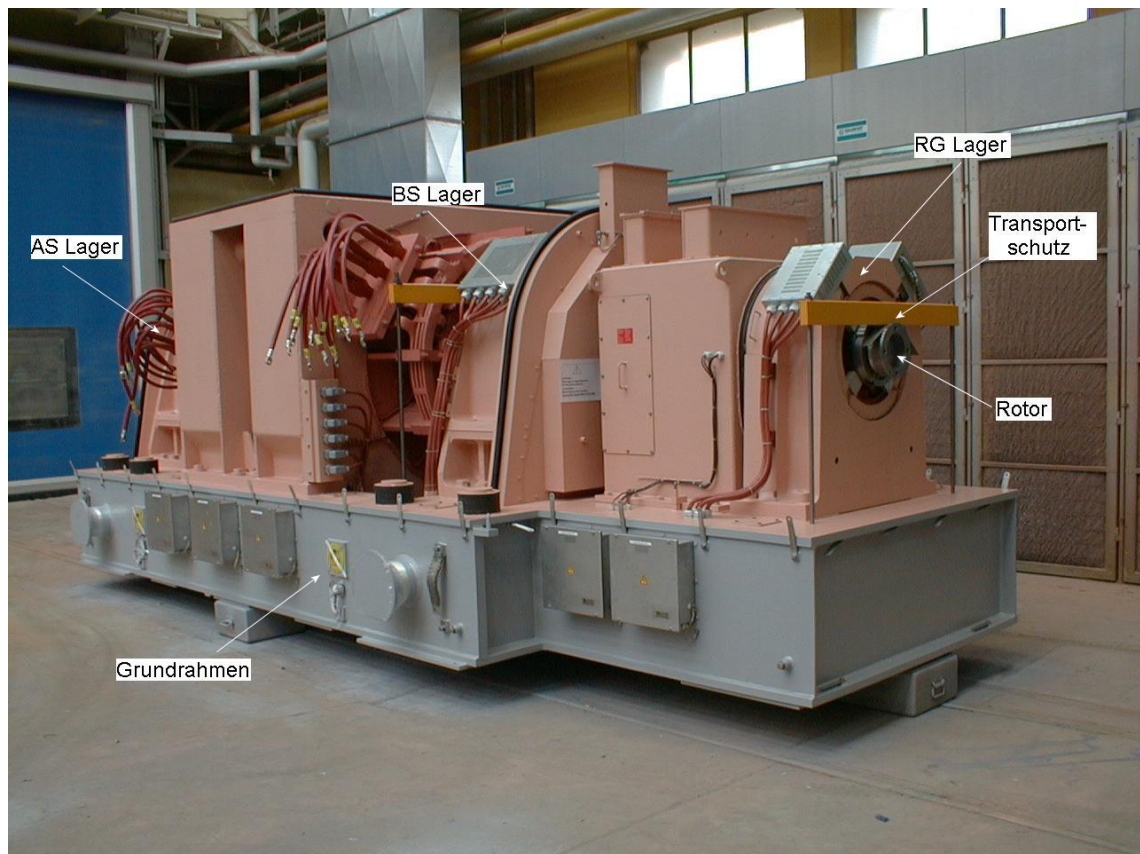


Abbildung 37: Transportfertige Maschine „Magnetelast“

In diesem Abschnitt wird zunächst auf die rotordynamische Beschreibung des Unterbaus in der heutigen Formulierung eingegangen. Weiterhin werden messtechnische Untersuchungen vorgestellt, die zu einer genaueren Abbildung der Komponenten Lagerbock, Grundrahmen und Fundament führen sollten. Aufgrund der unbefriedigenden Versuchsergebnisse wird eine Möglichkeit vorgestellt, die Unterbausteifigkeiten und -dämpfungen mittels eines Messlaufs zu bestimmen. Die Möglichkeiten und Grenzen dieser Methode werden anhand eines praktischen Beispiels diskutiert.

3.5.1 Beschreibung im FE-Modell

Die Abbildung des Unterbaus erfolgt über eine Reihenschaltung von Federsteifigkeiten und Massen. Abb. 38 zeigt einen Ausschnitt des Beispielrotors aus Abb. 8.

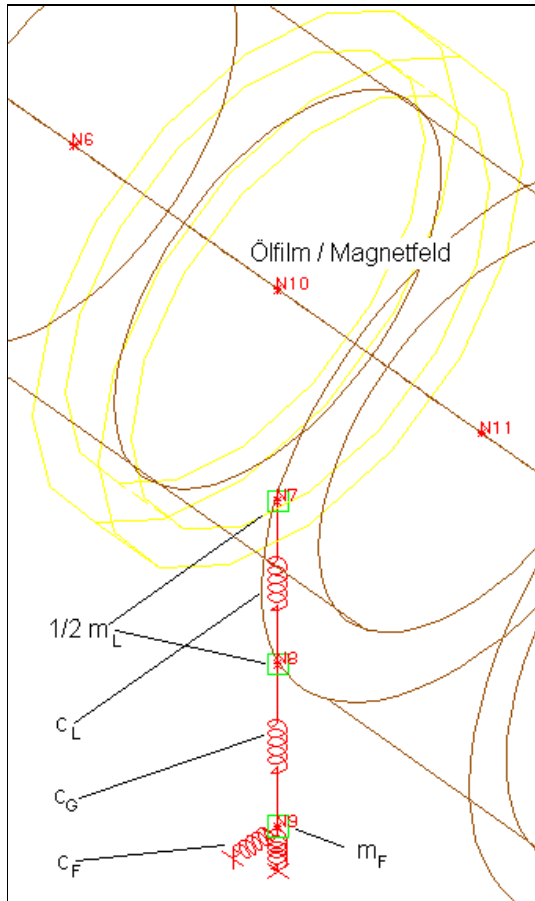


Abbildung 38: Modellierung des Unterbaus

An den Rotor (braun) schließt sich der in gelb dargestellte Ölfilm oder das Magnetfeld, je nach Lagerausführung an. Die Lagerbockmasse m_L wurde zu gleichen Teilen auf den Lagerbockknoten oberhalb und den Grundrahmenknoten unterhalb der Lagerbocksteifigkeit c_L verteilt. Darunter schließen sich die Grundrahmensteifigkeit c_G und die Fundamentsteifigkeit c_F zum Intertialsystem an. Die Fundamentmasse m_F hat keinen physikalischen Hintergrund, sie wird meist mit der Masse $m_F = 1\text{ kg}$ belegt und dient nur zur Belegung des entsprechenden Eintrags in der Massenmatrix.

Die Lagerbocksteifigkeiten in y- und z-Richtung werden den Herstellerangaben entnommen und stellen rein statische Werte dar. Die Grundrahmensteifigkeiten wurden aus einem FE-Modell generiert, auch hier handelt es sich um Ergebnisse einer statischen Rechnung. Zudem wird die FE-Rechnung aus Aufwandsgründen nicht für jede Maschine neu durchgeführt, so dass an dieser Stelle ein gewisser Anteil an Erfahrungswerten einfließt. Für die Abschätzung der

Fundamentsteifigkeiten wurde ebenfalls eine FE-Rechnung durchgeführt. Obwohl für den Unterbau statische Federsteifigkeiten verwendet wurden, stellt die Reihenschaltung dieser Federn natürlich eine Übertragungsfunktion über der Frequenz dar. Die Erfahrung hat gezeigt, dass die so vorgenommene Modellierung des Unterbauverhaltens zumindest bei kleinen Frequenzen eine gute Übereinstimmung zwischen Rechnung und Messung hervorruft. Bei höheren Frequenzen ist die Vereinfachung, die durch die Verwendung konstanter und nicht validierter Federsteifigkeiten getroffen wurde, nicht mehr gerechtfertigt.

3.5.2 Messtechnische Untersuchungen

Steifigkeit des Prüffeldfundaments

Die Steifigkeiten und Dämpfungen des Prüffeldfundaments wurden messtechnisch ermittelt, indem mit einem Schwingerreger Kräfte in das Fundament eingeleitet und die resultierenden Beschleunigungen gemessen wurden. Die durch Integration ermittelten Schwingwege sowie die Kräfte wurden in Glg. (29) eingesetzt, um die Steifigkeit und Dämpfung zu jeder Anregungsfrequenz zu ermitteln.

Die Messungen erfolgten an einigen Stellen des Fundaments, allerdings nur in vertikaler Richtung. Im Frequenzbereich von $f_u = 50\text{Hz}$ bis $f_o = 500\text{Hz}$ konnten gute Ergebnisse erzielt werden. Unterhalb von $f_u = 50\text{Hz}$ waren die Beschleunigungen zu klein, trotz empfindlicher Messapparatur ließen sich keine auswertbaren Signale erreichen.

Abb. 39 zeigt die Steifigkeiten und Dämpfungen über der Frequenz. Bei etwa $f_R \approx 85\text{Hz}$ zeigt sich eine Resonanz der Fundamentspannbalken, erkennbar am Absinken der Steifigkeit. Die Dämpfung konnte bei der Resonanzfrequenz nicht ermittelt werden. Die Größenordnung der bisher in den Maschinenmodellen verwendeten vertikalen statischen Fundamentsteifigkeit von $c_F = 1 \cdot 10^{10}\text{N/m}$ konnte somit bestätigt werden. Im interessierenden Frequenzbereich wurde die Steifigkeit allerdings um einen Faktor von 2 zu hoch eingeschätzt, zudem muss die Resonanzstelle vom Rechenmodell berücksichtigt werden. Eine genügend genaue Abbildung der gemessenen Charakteristik, inkl. der Dämpfungswirkung, lässt sich durch einen entsprechend angepassten Ein-Massen-Schwinger erreichen.

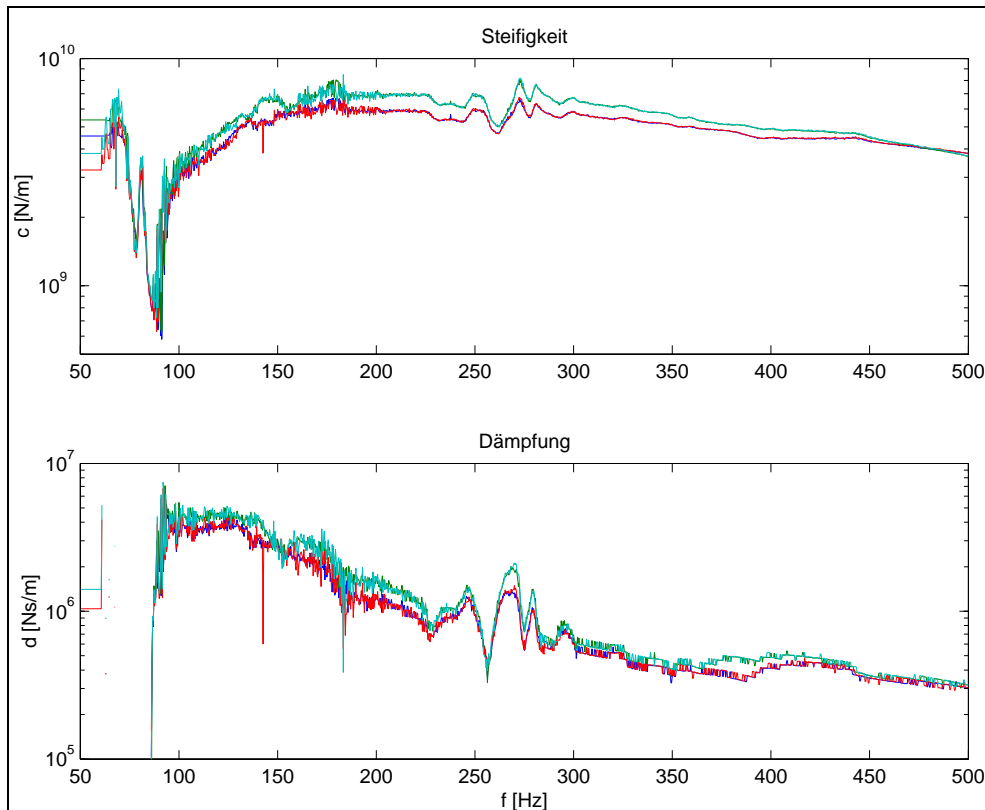


Abbildung 39: Experimentell ermittelte Fundamentsteifigkeits- und Dämpfungsverläufe

Lagerbock und Grundrahmen

Lagerböcke und Grundrahmen der Maschine „Magnetelast“ wurden in aufgespanntem Zustand einer Modalanalyse unterzogen. Parallel wurde aus einem detaillierten 3D-CAD Geometriemodell ein FE-Modell abgeleitet. Die Eigenfrequenzen und -formen des Rechenmodells waren jedoch nicht mit den Eigenschaften der gemessenen Struktur in Einklang zu bringen.

Die Hauptursache des Scheiterns des Vergleichs zwischen Messung und Rechnung lag in der Modellierung der Fügestellen. Die Verbindungspunkte zwischen Lagerbock und Grundrahmen sowie zwischen Grundrahmen und Fundament wurden als Constraints festgelegt oder mit Federelementen verbunden. Die Parametrisierung dieser Verbindungen hatte einen hohen Einfluss auf das dynamische Verhalten des Rechenmodells. Die Abschätzung der Steifigkeiten der Schraubenverbindungen bedingt nicht nur die Kenntnis des verwendeten Anzugsmoments, sondern auch die der Oberflächenrauheiten der aufeinanderliegenden Flächen. Zum Zeitpunkt der Untersuchungen lag zudem kein geeignetes Modell für die Fügestellen vor.

Aus Aufwandsgründen wurde das Thema nicht weiter vertieft, an dieser Stelle wird auch auf eine Darstellung der Ergebnisse verzichtet. Eine vorangegangene Untersuchung von aufgespannten Gleitlagerböcken kam zu einem ähnlichen Ergebnis, vgl. [27]. Die Fügestellen hatten dort einen höheren Einfluss auf die Gesamtdynamik als die modellierten Komponenten. Eine umfassendere Untersuchung der einzelnen Modellkomponenten, besonders in Hinblick auf die Fügestellen, erscheint sinnvoll, konnte jedoch im Rahmen dieser Arbeit nicht durchgeführt werden.

3.5.3 Ermittlung der Unterbausteifigkeit aus einem Messlauf

Die auf den Rotor wirkende Kraft wurde im Abschnitt „Gleitlager“ mit den Glgn (24) und (25) und im Abschnitt „Magnetlager“ mit Glg. (28) hergeleitet. Aufgrund von *actio = reactio* und den vernachlässigbaren Trägheitseigenschaften des Ölfilms wirkt die gleiche Kraft auch auf den Unterbau, vgl. Abb. 28. Abb. 40 zeigt den Freischnitt zwischen der Lagerbockmasse und der komplexen Ersatzfeder \hat{c}_{Uy} , die für das Übertragungsverhalten des Unterbaus in horizontaler Richtung definiert wird.

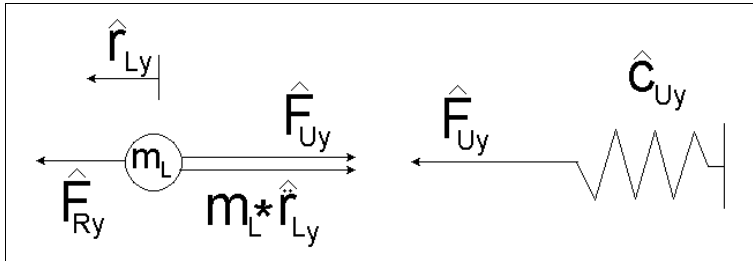


Abbildung 40: Freischnitt der Unterbaukraft

Der Freischnitt beschreibt beispielhaft die y-Richtung, für die z-Richtung gilt Entsprechendes. Zur Ermittlung der Unterbausteifigkeit $\hat{c}_{Uy}(\Omega)$ wird zunächst die auf den Unterbau wirkende Kraft $\hat{F}_{Uy}(\Omega)$ aus der Rotorkraft $\hat{F}_{Ry}(\Omega)$ und der Trägheitseigenschaft der mitschwingenden Lagerbockmasse bestimmt.

Aufgrund von $\ddot{\hat{r}}_{Ly}(\Omega) = -\Omega^2 \cdot \hat{r}_{Ly}$ gilt für $\hat{F}_{Uy}(\Omega)$:

$$\hat{F}_{Uy}(\Omega) = \hat{F}_{Ry}(\Omega) + m_L \cdot \Omega^2 \cdot \hat{r}_{Ly}(\Omega) \quad (32)$$

Die gesuchten Steifigkeiten und Dämpfungen des Unterbaus erhält man, indem für jede Richtung und Anregungsfrequenz $\hat{F}_U(\Omega)$ und $\hat{r}_L(\Omega)$ in Glg. (29) eingesetzt werden. Die mitschwingende Lagerbockmasse m_L wird zu einer verallgemeinerten Unterbaumasse umdefiniert und hat in Glg (32) einen Einfluss auf die berechnete Unterbausteifigkeit. Das Übertragungsverhalten des Feder-Masse-Systems $\hat{c}_U(\Omega)$ und m_L bleibt jedoch in Summe unberührt, die Wahl von m_L ist willkürlich.

3.5.4 Experimentelle Validierung

Beim Auswuchten der Maschine „Magnetelast“ wurden die Lagerbockschwingungen in Form von Beschleunigungen mitgemessen. Die Unterbausteifigkeiten wurden mit dem oben beschriebenen Prozedere ermittelt, Abb. 41 zeigt auf der linken Bildseite die horizontalen, auf der rechten die vertikalen Unterbausteifigkeiten. Untereinander sind die Grafiken für die Lagerpositionen AS, BS und RG angeordnet.

Die Berechnung der Magnetlagerkräfte erfolgte mit den im vorangegangenen Abschnitt an die Messung angepassten Magnetlagersteifigkeiten. Die Ermittlung der Steifigkeit führte von einem Messlauf zum anderen zu teilweise stark voneinander abweichenden Ergebnissen. Die Gründe sind vor allem in der Ungenauigkeit bei der Beschleunigungsmessung zu suchen, es konnte aufgrund des geringen Nutz-Störsignal-Verhältnisses nicht garantiert werden, dass alle drehfrequenten Signalanteile mit der auf Rotor und Lagerbock wirkenden Magnetlagerkraft korreliert waren. Die aus vier Messläufen ermittelten Steifigkeitswerte sind als Punktwolken in den Grafiken dargestellt. Eine vorab durchgeführten Selektion zu kleiner Messwerte begrenzte die verfügbaren Ergebnisse auf den Bereich oberhalb von ca. 1000 U/min.

Die blauen Kurven wurden aus der Mittelung über die vier Messläufe und anschließender Polynominterpolation erzeugt. Die Randbereiche, in denen das Polynom nicht gültig war, wurden mit konstanten Steifigkeiten belegt. Die Ermittlung der Dämpfung war aus Gründen der Messungenauigkeit nicht möglich, die Dämpfungswirkung des Unterbaus ist im Vergleich zu der des Ölfilms oder Magnetfelds sehr gering.

Abweichend von dem beschriebenen Vorgehen der Reihenschaltung von Feder-Masse-Systemen wurde beim Ausgangsmodell der Maschine „Magnetelast“ das gesamte Unterbaumodell auf einen ungedämpften Einmassenschwinger reduziert. Die Steifigkeit in horizontaler Richtung wurde mit $c_h = 5 \cdot 10^8 \text{ N/m}$, in vertikaler Richtung mit $c_v = 1 \cdot 10^9 \text{ N/m}$ angesetzt. In Abb. 41 sind die konstanten Werte als rote Kurven eingezeichnet. Die mitschwingenden Lagerbockmassen wurden als $m_{LH} = 1000 \text{ kg}$ an den Hauptlagern sowie $m_{LE} = 100 \text{ kg}$ am Erregerlager abgeschätzt.

Die aus der Messung ermittelten Steifigkeiten bestätigen zunächst die Annahme, dass der Unterbau in vertikaler Richtung steifer als horizontal ist. Die Größenordnung stimmt ebenfalls gut überein, vor allem in der horizontalen Richtung bewegen sich die aus der Messung gewonnenen Verläufe um die angenommenen Steifigkeiten. In der vertikalen Richtung zeigen sich deutliche Unterschiede zwischen den Steifigkeiten am AS-Lager und denen am BS-Lager, deren Lagerböcke baugleich sind. Die Ursache kann in der Aufspannung der Maschine oder dem Verhalten des Grundrahmens liegen. Die Unterbausteifigkeit des BS-Lagers ist nur etwa halb so hoch wie die des AS-Lagers und entspricht in etwa der des kleineren RG-Lagers.

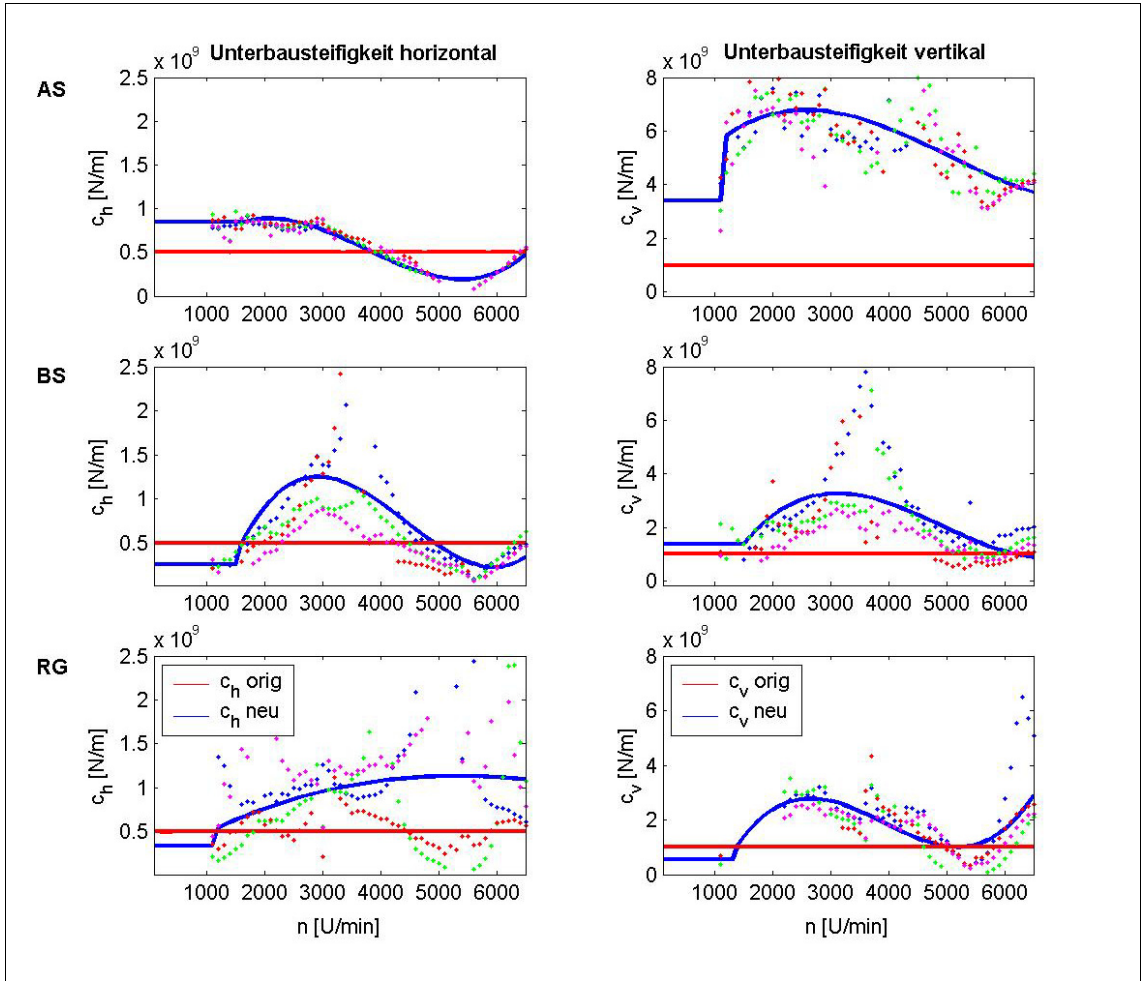


Abbildung 41: Aus einem Messlauf ermittelte Steifigkeiten des Unterbaus

Im Folgenden wird ein Vergleich zwischen Messung und Rechnung mit den Ausgangswerten sowie den messtechnisch ermittelten Unterbausteifigkeiten angestellt. Auf der linken Bildseite in Abb. 42 sind analog zu Abb. 41 die horizontalen, auf der rechten die vertikalen Lagerschwingungen an den drei Lagerstellen dargestellt. Die roten Kurven bezeichnen die Berechnung der Testgewichtsantwort mit den konstanten Startwerten für die Unterbausteifigkeiten. Die Verwendung der messtechnisch ermittelten Verläufe führt zur blau dargestellten Charakteristik. Grün ist wieder die Messung eingezeichnet, es wurde der gleiche Differenzlauf verwendet wie in den Abb. 24 und 36, bei denen die Wellenschwingungen zur Beurteilung der Modellverbesserungen an Rotor und Magnetlagern herangezogen wurden.

Bis auf die vertikale Messposition am AS-Lager wird die absolute Höhe der Messkurven durch das Originalmodell bereits recht gut erfasst, wenngleich die nach Glg. (20) ermittelte Unerklärtheit $\delta = 122\%$ beträgt. Die Charakteristik der Messkurven wird durch das im Unterbau angepasste Modell besser abgebildet, die Unerklärtheit verringert sich auf $\delta = 86\%$.

Trotz der Verwendung von Messläufen zur Steifigkeitsermittlung zeigen die berechneten Lagerschwingungen noch große Abweichungen zur Messung. Durch die Ungenauigkeit in der Messung unterliegen die berechneten Steifigkeiten einer starken Streuung. Im Rechenmodell funktioniert das Vorgehen mit unverrauschten Daten exakt, die Ermittlung der benötigten Kräfte und Schwingwege ist dort mit beliebigen

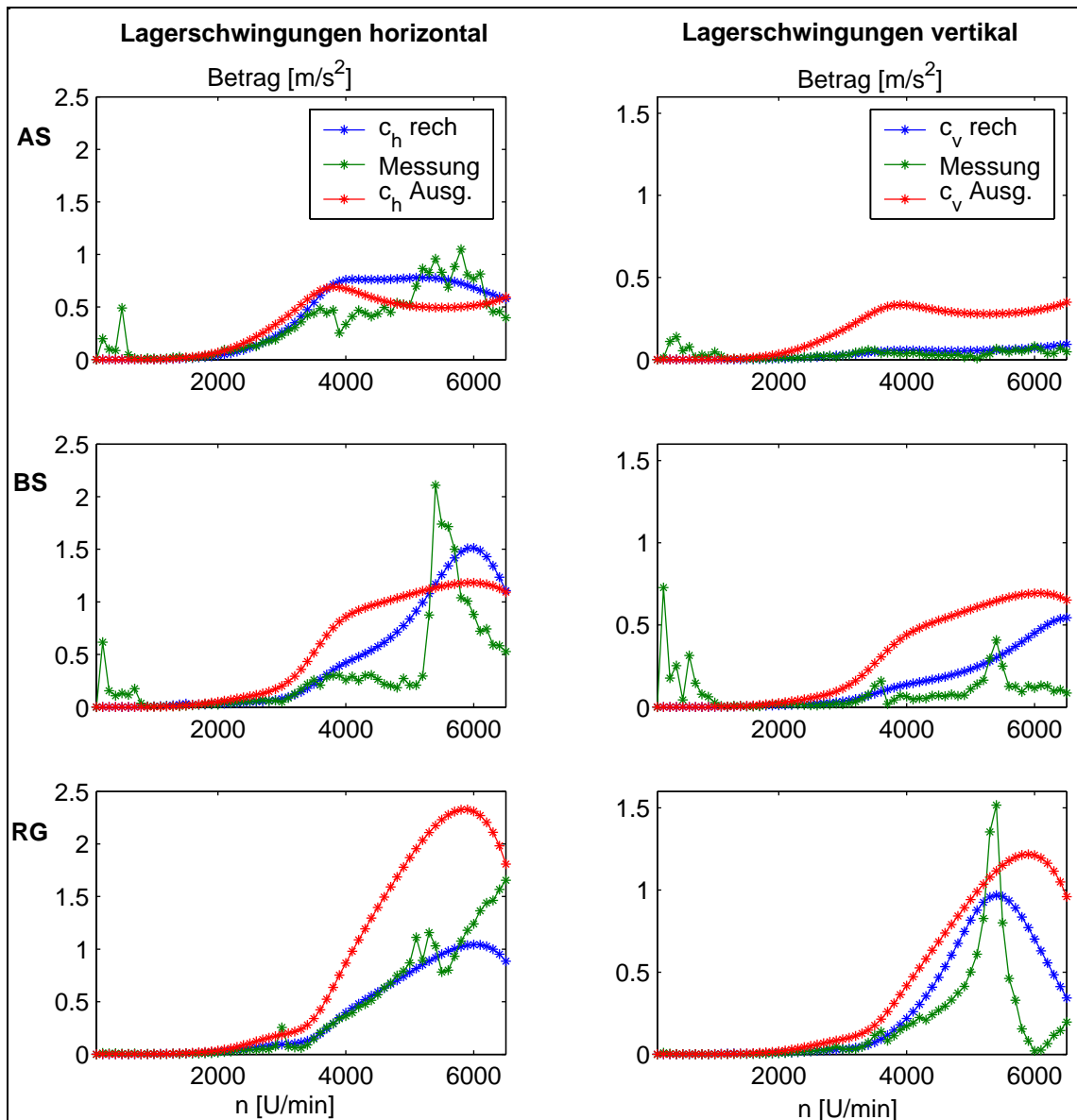


Abbildung 42: Berechnete Lagerbockschwingungen im Vergleich zur Messung

ger Genauigkeit möglich. Sieht man genügend Nachkommastellen vor, ist sogar eine Bestimmung der Dämpfung möglich.

Die Unerklärtheit δ zwischen Messung und Rechnung wurde verringert, prinzipiell ist das Verfahren also anwendbar, um eine Abschätzung über die vorliegenden Unterbausteifigkeiten vorzunehmen. Bei der für diese Untersuchung herangezogenen Magnetlagermaschine hatte die Unterbausteifigkeit keinen Einfluss auf die Berechnung der Rotorschwingungen. Bei Gleitlagerung ist mit einem größeren Einfluss zu rechnen, da sich die Ölfilmsteifigkeit von der Unterbausteifigkeit nicht um Größenordnungen unterscheidet.

Zudem sind die Berechnungsunsicherheiten bei der Bestimmung der Unterbausteifigkeit bei Gleitlagerung höher, da die Berechnung der zwischen Rotor und Unterbau wirkenden Kraft unter Verwendung der unsicheren Gleitlagerkoeffizienten erfolgt. Somit sind nicht nur die Lagerschwingwege, sondern auch die Unterbaukräfte mit größeren Unsicherheiten behaftet.

3.6 Modellreduktion

3.6.1 Einführung

Die Rotormodelle der behandelten Maschinen wurden zur Verringerung der Rechenzeiten aus großen Balkenelementen aufgebaut. Trotzdem ergibt sich durch die Einführung neuer Elemente an Durchmessersprüngen und beim Vorsehen von zusätzlichen Massen und Massenträgheitsmomenten eine unnötig hohe Anzahl von Freiheitsgraden. Vor allem durch die automatisierte Erstellung von FE-Modellen aus dem CAD werden einzelne Rotorbereiche häufig sehr detailliert modelliert.

Die resultierende Anzahl von Freiheitsgraden liegt bei etwa $n_{FG} \approx 100 \dots 200$. Das FE-Modell ist dadurch in der Lage, dieselbe Anzahl von Eigenwerten abzubilden. Zählt man die konjugiert Komplexen mit, ist es die doppelte Anzahl. Im Frequenzbereich der Maschinen sind, je nach Ausführung, keine bis drei biegekritische Drehzahlen angesiedelt. Es empfiehlt sich hier eine Modellreduktion.

Modale Reduktionstechniken führen häufig zu einer drastischen Verringerung der Freiheitsgrade und dadurch auch der Rechenzeit. Die Drehzahlabhängigkeit der Steifigkeits- und Dämpfungseinträge der Gleitlager sowie Unsicherheiten über einzelne Modellparameter erlauben jedoch keine rein modale Reduktion. Eine Modifikation unter Beibehaltung wichtiger physikalischer Freiheitsgrade wurde von Knothe in [14] vorgestellt:

3.6.2 Gemischte statische und modale Kondensation

Die zu reduzierende Struktur wird in Haupt- und Nebenfriheitsgrade unterteilt. Zur Hauptstruktur gehören in diesem Fall die translatorischen Freiheitsgrade der Rotorknoten an den Lagerstellen sowie alle Unterbauknoten. Auf diese Art kann das Ersetzen der Gleitlagersteifigkeiten im physikalischen Modellteil für jede Frequenz mit gleichbleibender Genauigkeit durchgeführt werden. Ein nachträgliches Parametrisieren des Modells ist ebenfalls weiterhin möglich, indem physikalische Parameteränderungen in der Hauptstruktur und globale Änderungen im modalen Modellteil realisiert werden.

Zunächst wird das Ausgangssystem durch Umsortierung der Freiheitsgrade in Haupt- und Nebenstruktur partitioniert, hier am Beispiel der Massenmatrix:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{NN} & \mathbf{M}_{NH} \\ \mathbf{M}_{HN} & \mathbf{M}_{HH} \end{bmatrix} \quad (33)$$

Auch der Anregungsvektor $\hat{\mathbf{f}}$ und der Verschiebungsvektor $\hat{\mathbf{r}}$ werden so sortiert, dass die Hauptfreiheitsgrade am Ende stehen. Nun wird für die modale Reduktion der Nebenstruktur ein konservatives Hilfssystem aufgebaut, dessen Eigenwertproblem nun gelöst wird.

$$\mathbf{M}_{NN} \cdot \hat{\ddot{\mathbf{r}}}_N + \mathbf{S}_{NN} \cdot \hat{\mathbf{r}}_N = 0 \quad (34)$$

Die Vereinfachung, die hier getroffen wird, ist bei den behandelten Strukturen gerechtfertigt. Hier resultiert die hauptsächliche Dämpfung aus der Lagerung, welche sich im physikalischen Modellteil befindet, die Steifigkeitsmatrix ist symmetrisch.

Die Reduktion der Modellgröße wird durch das Entfernen der hochfrequenten Eigenformen in der aus Glg. (34) extrahierten Modalmatrix Φ realisiert. Zur Reduktion der sortierten Matrizen des Ausgangssystems wird nun eine Transformationsmatrix

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \Phi & -\mathbf{S}_{NN}^{-1} \cdot \mathbf{S}_{NH} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (35)$$

aufgestellt, im unteren Teil befinden sich die Null- und die Einheitsmatrix $\mathbf{0}$ und \mathbf{I} . Der rechte Teil der Transformationsmatrix \mathbf{T} stellt den Zusammenhang zwischen den Verschiebungen der Haupt- und Nebenfreiheitsgrade bei statischer Kraftanregung an den Hauptfreiheitsgraden her. Die Identität im rechten unteren Teil bildet die Hauptfreiheitsgrade auf sich selbst ab. Die Matrizen \mathbf{M}_{red} , \mathbf{G}_{red} , \mathbf{D}_{red} und \mathbf{S}_{red} des reduzierten Systems ermitteln sich nun aus den Ausgangsmatrizen zu:

$$\mathbf{M}_{red} = \mathbf{T}' \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{T}, \quad (36)$$

hier wieder am Beispiel der Massenmatrix. Die Anregungs- und Verschiebungsvektoren werden reduziert, indem

$$\hat{\mathbf{f}}_{red} = \mathbf{T}' \cdot \hat{\mathbf{f}} \quad \text{und} \quad \hat{\mathbf{r}}_{red} = \mathbf{T}' \cdot \hat{\mathbf{r}} \quad (37)$$

gebildet werden. Es läßt sich auf diese Art ein hoher Reduktionsgrad realisieren, wobei die Matrixeinträge der Hauptfreiheitsgrade unverändert bleiben.

3.6.3 Numerische Simulation

Das Modellreduktionsverfahren wurde auf das Modell der Maschine „Magnetelast“ mit $n_{FG} = 174$ Freiheitsgraden angewendet. Zur Hauptstruktur gehörten die Translationsrichtungen von Rotor- und Unterbauknoten an den 3 Lagern, insgesamt $n_{HH} = 12$ Freiheitsgrade.

Abb. 43 zeigt die Entwicklung von Rechenzeit und proz. Abweichung der Schwingungsvorhersage zum Originalmodell in Abhängigkeit des Reduktionsgrads. Auf der x-Achse ist die Anzahl der Freiheitsgrade aufgetragen, um die die Größe der Nebenstruktur reduziert wurde. Die linke Achse zeigt die Rechenzeit zur Erzeugung einer Resonanzkurve mit dem reduzierten Modell, bezogen auf die mit dem Originalmodell benötigte Zeit. Auf der rechten Achse ist die prozentuale Abweichung der Schwingungsberechnung des reduzierten Modells zum Originalmodell aufgetragen. Es wurde eine Kraftanregung am ersten Rotorknoten berechnet, der betrachtete Frequenzbereich endete etwas oberhalb des Betriebsbereichs der realen Maschine.

Für die Bestimmung der Abweichungen wurde entsprechend Glg. (20) die Norm der vektoriellen Differenz zwischen den Kraftantworten auf die Norm der mit dem Ausgangsmodell erzeugten Kurve bezogen. Die Abweichungen bleiben in diesem Frequenzbereich bis zu einem hohen Reduktionsgrad im Bereich von $\delta \approx 2\%$, da zunächst die höheren Moden reduziert wurden. Erst ab einer Reduktion von ca. 140 oder mehr modalen Freiheitsgraden verschlechtert sich die Schwingungsvorhersage. Die Abweichungen bei maximalem Reduktionsgrad erreichen lediglich eine Höhe von $\delta \approx 16\%$. Dies liegt zum Einen daran, dass die statischen Ansatzfiguren einen Teil der Modellinformationen enthalten. Zum Anderen wurde aus programmtechnischen Gründen die Minimalanzahl von einem modalen Restfreiheitsgrad nicht unterschritten. Auch ohne Reduktion entspricht das Ersatzmodell nicht exakt dem Originalmodell, wodurch sich ein Anfangsfehler von ca. $\delta \approx 2\%$ ergibt. Die Ursache liegt in

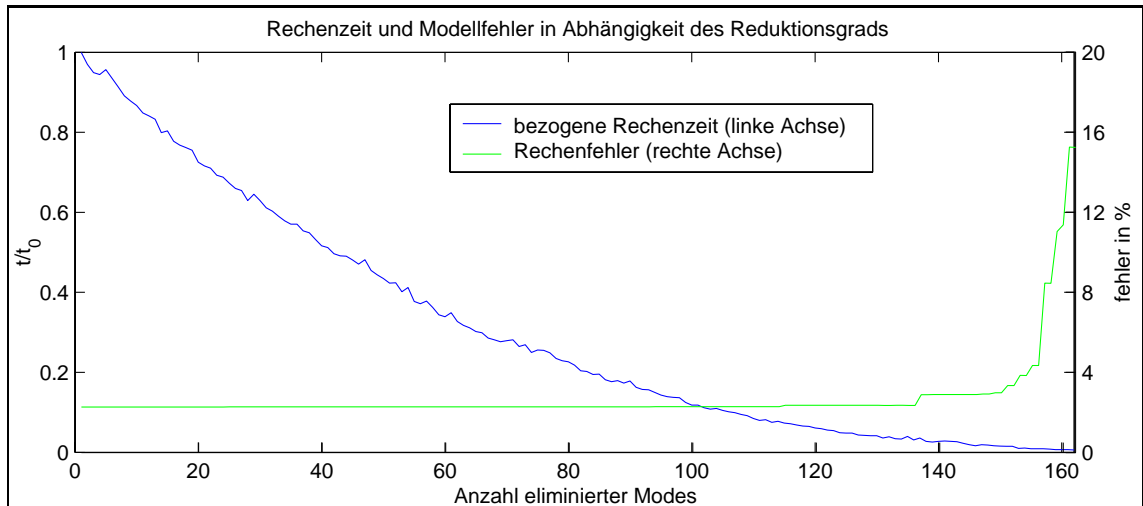


Abbildung 43: Modellreduktion an der Maschine „Magnetelast“

der schiefsymmetrischen Gyroskopiematrix, welche zwar reduziert in die Berechnung einging, jedoch nicht zur Erzeugung von \mathbf{T} verwendet wurde.

Die gute Übereinstimmung der Schwingungsberechnung wird in Abb. 44 illustriert. In der oberen Grafik sind die mit Original- und reduziertem Modell berechneten Schwingungsbeträge sowie der Betrag der vektoriellen Differenz aufgetragen. In der unteren Grafik sind die Phasenlagen der beiden Modelle sowie deren Differenz dargestellt. Die Abweichungen zeigen sich erwartungsgemäß vor allem am oberen Ende des Frequenzbereichs. In diesem Fall wurden 152 Freiheitsgrade reduziert, mit den 10 restlichen Moden lag die Abweichung bei $\delta \approx 4.9\%$.

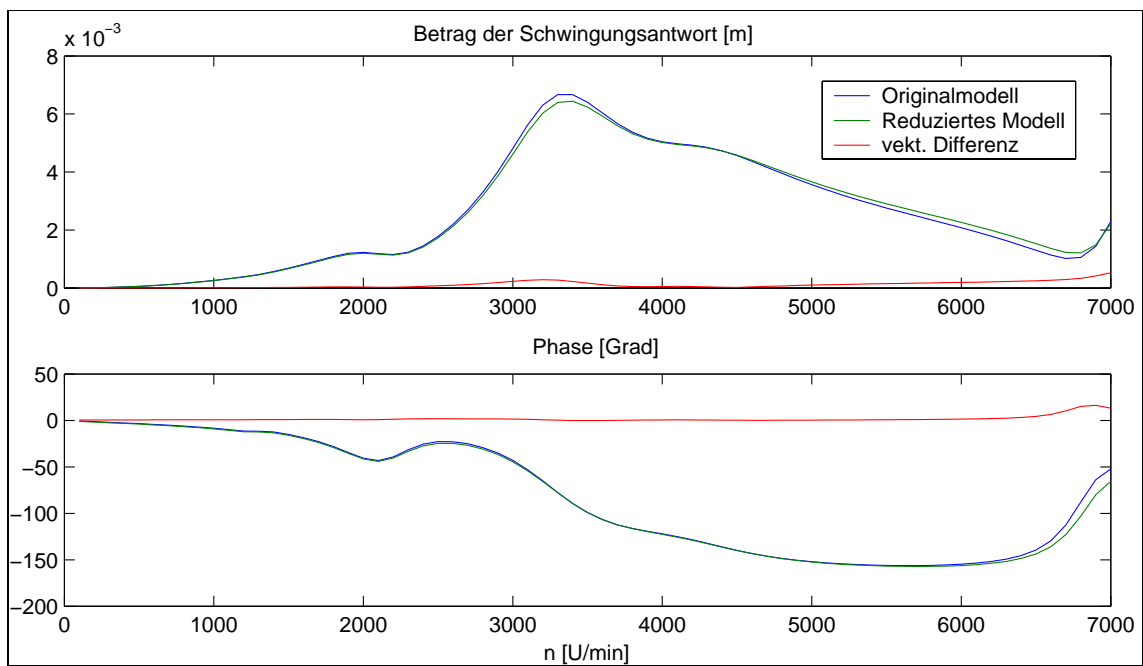


Abbildung 44: Schwingungsberechnung mit 10 modalen Restfreiheitsgraden

3.7 Zusammenfassung zur Modellbildung

In diesem Kapitel wurde zunächst der Aufbau der dieser Arbeit zugrundeliegenden FE-Modelle vorgestellt. Die hohe Modellierungsgenauigkeit, die sich trotz der Verwendung großer Balkenelemente für den Rotor erreichen läßt, konnte im Experiment bestätigt werden.

Die Rotormodellierung wurde durch die Verwendung von Konuselementen an großen Durchmessersprüngen verbessert. Beim Vergleich zwischen Messung und Rechnung fiel zudem auf, dass der E-Modul in den untersuchten Modellen meist etwas unterhalb des üblichen Werts von $E = 210 \text{ GPa}$ anzusetzen ist. Zur Abbildung des Dämpfungsverhaltens des frei-frei gelagerten Rotors wurde ein komplexer Anteil im E-Modul angenommen. Auf diese Art konnte ein zufriedenstellender Vergleich zwischen berechneten und gemessenen Eigenfrequenzen und -formen des frei-freien Rotors angestellt werden.

Zu den Gleitlagern wurde die grundlegende Theorie aufgezeigt. Aus Aufwandsgründen konnte keine experimentelle Überprüfung der berechneten Steifigkeiten und Dämpfungen durchgeführt werden. Es wurden lediglich Genauigkeitsangaben der Literatur entnommen, der Einfluss von Betriebsparametern wurde am Rechenmodell überprüft.

Im darauffolgenden Abschnitt wurden die Theorie und Berechnungsverfahren von Magnetlagern vorgestellt. Insbesondere die Kraftwirkung des Magnetlagers ist für die folgenden Überlegungen wichtig. Unter Kenntnis von zwei Magnetlagerkenngrößen, k_i und k_x , ist es möglich, die Steifigkeits- und Dämpfungsverläufe in beiden radialen Richtungen über der Drehzahl zu bestimmen. Grundlage dazu ist ein Messlauf, in welchem die Rotorschwingungen und dynamischen Ströme in den Magnetlagern aufgezeichnet werden. Die Ergebnisse einer experimentellen Überprüfung der Kraft-Strom-Konstante k_i wurde der Herstellerangabe gegenübergestellt.

Die Modellierung des Unterbaus wird bei den hier behandelten Maschinen aus Aufwandsgründen recht einfach gehalten. In dieser Arbeit wird der komplette Unterbau durch eine Übertragungsfunktion abgebildet und mit Hilfe eines Messlaufs parametrisiert. Bisher ist es mit der vorgestellten Methode nicht möglich, die Dämpfungseigenschaften des Unterbaus abzubilden, so dass sich der Anwender mit der Ermittlung der Steifigkeiten begnügen muss.

Für die Verringerung der Rechenzeiten wurde ein Verfahren zur Modellreduktion vorgestellt. Es handelt sich um ein gemischt physikalisch-modales Vorgehen. Freiheitsgrade, die zur Belegung der Gleitlagerkoeffizienten oder zur Modellparametrisierung wichtig sind, verbleiben im physikalischen Modellteil. Es läßt sich typischerweise eine Verringerung der Rechenzeit um $\Delta t = 90\ldots 95\%$ erreichen, ohne nennenswerte Modellfehler zu verursachen.

In diesem Kapitel wurden Empfehlungen zur Modellierung der Maschinenkomponenten geschaffen. Weiterhin wurden Werkzeuge bereitgestellt, mit denen einzelne Modellkomponenten an die physikalische Realität herangeführt werden können. Es ist nun möglich, die Einflusszahlenmatrix $\hat{\mathbf{E}}$ zum Auswuchten rechnerisch zu erzeugen. Das folgende Kapitel illustriert deren weitere Verwendung.

4 Unwuchtidentifikation

4.1 Problemstellung

Es wird im folgenden beschrieben, wie die numerisch erzeugte oder gemessene Einflusszahlenmatrix $\hat{\mathbf{E}}$ zur Ermittlung der Unwuchtursache verwendet werden kann. Die klassische Methode zum Auflösen einer Matrixgleichung

$$\hat{\mathbf{E}} \cdot \hat{\mathbf{u}} = \hat{\mathbf{r}} \quad (38)$$

mit dem Vektor der Schwingungsdaten des Urlaufs $\hat{\mathbf{r}}$ nach den Unwuchten $\hat{\mathbf{u}}$ besteht in der Minimierung der Fehlerquadratsumme:

$$\| \hat{\mathbf{E}} \cdot \hat{\mathbf{u}} - \hat{\mathbf{r}} \|^2 = \min ! \quad (39)$$

Diese Methode scheitert jedoch in diesem Fall aufgrund der schlechten Konditionierung des Gleichungssystems. Durch die hohe Anzahl der im Drehzahlbereich ermittelten Schwingwerte ist die Einflusszahlenmatrix mathematisch scheinbar stark überbestimmt. Da jedoch im Drehzahlbereich nur wenige Resonanzstellen durchfahren werden, sind die einzelnen Gleichungen fast durchgängig linear abhängig. Daraus ergibt sich eine echte Unterbestimmtheit, das Gleichungssystem ist fast singulär. Durch die Einbeziehung aller Rotorknoten übersteigt die Anzahl der Lösungsmöglichkeiten bei weitem die Anzahl der nach der (N+2) - Methode veranschlagten Anzahl einzubeziehender Auswuchtebenen. Die mit dem Fehlerquadratverfahren erzeugten Lösungen stellen Unwuchten dar, die sich an benachbarten Knoten fast gegenüberliegen und in ihrer Wirkung zum größten Teil aufheben. Die Norm der Lösung explodiert, die Summe der am Rotor anzubringenden Ausgleichsmassen kann sogar das Rotorgewicht übersteigen, [13] und [28].

4.2 Theorie

4.2.1 Tikhonov - Regularisierung

Um eine sinnvolle Lösung für derartige Probleme angeben zu können, wurden Regularisierungsverfahren entwickelt. In diesem Fall kommt die Tikhonov-Regularisierung zum Einsatz. Diese Methode, beschrieben in [29] und [30], minimiert anstatt Gleichung (38) das Ersatzproblem

$$\| \hat{\mathbf{E}} \cdot \hat{\mathbf{u}} - \hat{\mathbf{r}} \|^2 + \alpha \cdot \| \hat{\mathbf{u}} \|^2 = \min ! \quad (40)$$

Es wird über den Regularisierungsparameter α iteriert, der Strafterm $\alpha \cdot \| \hat{\mathbf{u}} \|^2$ steuert die Beschränktheit der Lösungen $\hat{\mathbf{u}}$.

Mathematisch wird ein Kompromiss zwischen kleiner Fehlerquadratsumme und kleiner Lösungsnorm gesucht. Das Verfahren ist semikonvergent, d.h. stark abhängig vom Regularisierungsparameter, welcher die Gewichtung der Anpassungsgenauigkeit gegenüber der Lösungsnorm vorgibt. Liegt die Gewichtung zu sehr auf Seiten der Anpassungsgenauigkeit, ergeben sich unregularisierte Lösungen ähnlich denen bei reiner Anwendung der Fehlerquadratmethode, $\alpha \ll \alpha_{opt}$. Liegt die Gewichtung dagegen zu sehr auf Seiten der Lösungsnorm, entspricht die erhaltene Lösung nicht mehr annähernd der gesuchten Lösung, $\alpha \gg \alpha_{opt}$. Die Schwingungen werden dann

weitgehend ignoriert, die erhaltenen Ausgleichssetzungen liegen um Größenordnungen unterhalb der gesuchten Unwuchten. Der optimale Parameter α_{opt} wird mit Hilfe des Morozovschen Diskrepanzprinzips gewählt.

4.2.2 Morozovsches Diskrepanzprinzip

Durch Unsicherheiten in der Messkette stellt sich unweigerlich ein Datenfehlerniveau δ ein. Dieses stellt eine Grenze dar, die während der Weiterbehandlung mit numerischen Algorithmen nicht sinnvoll unterschreitbar ist [31]:

$$\delta = \| \hat{\mathbf{r}}_\delta - \hat{\mathbf{r}} \|, \quad (41)$$

mit dem verrauschten Datenvektor $\hat{\mathbf{r}}_\delta$ und den zugehörigen unverrauschten Daten $\hat{\mathbf{r}}$. Das Morozovsche Diskrepanzprinzip besagt, dass eine sinnvolle Lösung dann vorliegt, falls das Defektnormquadrat geringer als der erwartete Messfehler ist:

$$\| \hat{\mathbf{E}} \cdot \hat{\mathbf{u}} - \hat{\mathbf{r}}_\delta \|^2 < \delta \quad (42)$$

Eine Abschätzung des Datenfehlerniveaus wird im Idealfall mit einer statistischen Auswertung mehrerer Läufe gleicher Unwucht gewonnen. Der hohe Aufwand der Durchführung dieser Läufe wird in den seltensten Fällen vorgenommen werden, stattdessen gibt es mehrere andere Möglichkeiten, das Datenfehlerniveau δ , bzw. den optimalen Parameter α zu bestimmen.

Zum Einen ist es möglich, aus einem Lauf bekannter Unwucht, zum Beispiel der vektoriellen Differenz aus einem Urlaub und einem Lauf mit bekanntem Testgewicht, den optimalen Parameter zu finden. Dazu wird α solange variiert, bis das Testgewicht möglichst exakt rekonstruiert werden kann. Zum Anderen kann zur numerischen Ermittlung des Datenfehlerniveaus beispielsweise auf das L-Kurven Kriterium zurückgegriffen werden.

4.2.3 L-Kurven Kriterium

Es wird der Regularisierungsparameter α von großen zu kleinen Werten variiert. Dabei wird die Entwicklung der Defektnorm $\| \hat{\mathbf{E}} \cdot \hat{\mathbf{u}} - \hat{\mathbf{r}}_\delta \|$ über dem Iterationsschritt geplottet, siehe Abb. 45.

Der Plot besitzt zwei markante Punkte, erkennbar an den Punkten größter Krümmung. Im oberen Punkt, hier bei etwa 20 Iterationen, bewirkt die gefundene Ausgleichssetzung zum ersten Mal eine Verringerung der zu erwartenden Schwingungen, die Defektnorm sinkt ab. Im unteren Punkt ist diese Verringerung abgeschlossen, die Lösungsnorm steigt jedoch weiter an. Bei fortschreitender Verringerung von α ergeben sich von dort an unregularisierte Lösungen.

Die gesuchte Lösung ist nun die, welche die Schwingungen bestmöglich minimiert, ohne eine zu große Lösungsnorm in Kauf nehmen zu müssen. Dies ist am unteren Punkt der Fall. Es wird der zugehörige Regularisierungsparameter α_{opt} bestimmt, auch die Lage des Datenfehlerniveaus läßt sich am Schwingungsniveau im unteren Punkt ablesen.

Die Kurve ist, vom etwa dem 30. Iterationsschritt an aufwärts, wie ein L geformt, daher der Name L-Kurven Kriterium. Das Problem der Mehrdeutigkeit der Lösungen ist damit jedoch nicht behoben. Aufgrund des eingeschränkten Frequenzbereichs und des real vorhandenen Rauschniveaus gelingt die Trennung äquivalenter

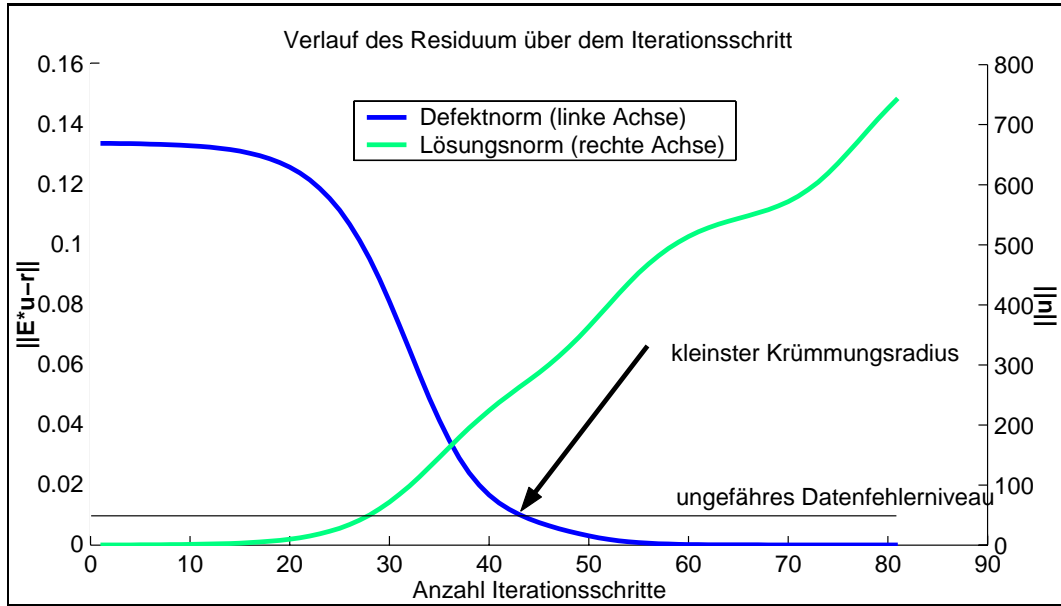


Abbildung 45: Illustration zum L-Kurven Kriterium.

Lösungen nicht. Zu jedem Schwingungszustand des Rotors lassen sich beliebig viele Unwuchtsätze finden, die diesen reproduzieren können. Es gibt allerdings ein Zusatzkriterium für die Akzeptanz der Lösungen, welche zwar im strengen Sinne nicht die richtige, aber die mit größter Wahrscheinlichkeit richtige Lösung extrahiert. Die Indikatorfunktion beschreibt die Konvergenzgeschwindigkeit des Identifikationsalgorithmus.

4.2.4 Indikatorfunktion

Die Indikatorfunktion wird aufgestellt, indem das Residuum ϵ bei jedem Iterationsschritt bestimmt wird:

$$\epsilon = \| \hat{\mathbf{E}} \cdot \hat{\mathbf{u}} - \hat{\mathbf{r}}_\delta \| + \alpha \cdot \| \hat{\mathbf{u}} \| \quad (43)$$

Werden alle Rotorknoten für die Rekonstruktion zugelassen, fällt das Residuum schnell ab und unterschreitet das Datenfehlerniveau δ . Werden nur einzelne Rotorbereiche oder -knoten zugelassen, verändert sich der Verlauf der Indikatorfunktion. Sind die Knoten mit großer Unwucht beibehalten worden, wird das Datenfehlerniveau nach einer ähnlichen Anzahl von Iterationsschritten erreicht. Ist dies nicht der Fall, verringert sich das Residuum langsamer und stagniert ggf. auf einem Level oberhalb von δ .

In Abb. 46 sind Indikatorfunktionen für verschiedene Kombinationen von Auswuchtebenen aufgestellt worden. Die Daten wurden numerisch erzeugt, es wurde eine einzelne Unwucht in Ebene 1 angenommen. Die grüne Kurve zeigt die Indikatorfunktion, die sich bei Zulassung von unwuchtfernen Ebenen ergibt. Die Schwingungen, die durch die Unwucht in Ebene 1 erzeugt werden, können durch die Ebenen 3-6 nur zum Teil reproduziert werden. Auch bei einer hohen Anzahl von Iteration, also der Verwendung großer Gewichte, werden die Schwingungen nicht weiter verringert. Das Datenfehlerniveau wird nicht erreicht, die Iteration bricht nicht von selbst ab. Die Verwendung Ebene 2, wie in der blauen Kurve dargestellt, sorgt bereits für eine

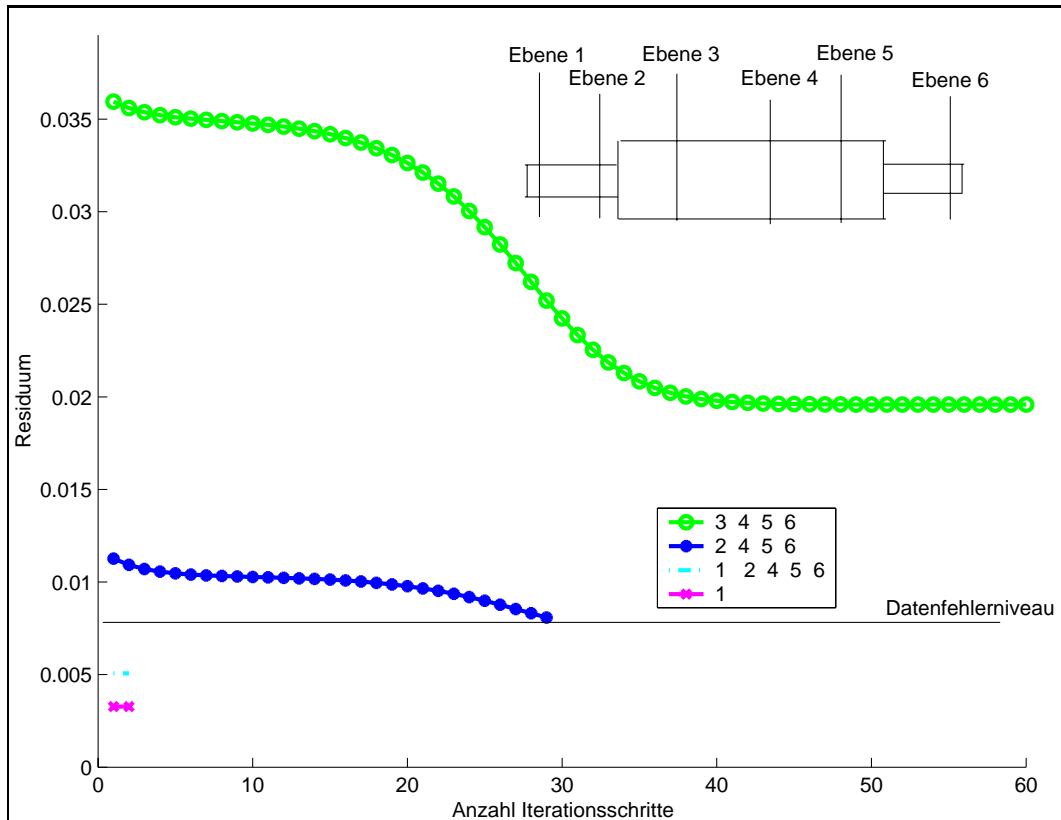


Abbildung 46: Indikatorfunktionen verschiedener Kombinationen von Auswuchtebenen.

Verbesserung. Es wird eine hohe Anzahl von Iterationen benötigt, das Datenfehlerniveau wird jedoch letztendlich erreicht.

Werden nahezu alle Ebenen inklusive der Ebene mit der tatsächlich vorhandenen Unwucht zugelassen wird das Datenfehlerniveau sofort unterschritten. Beschränkt man sich dann auf die Ebene 1, ist das Residuum noch geringer als bei Verwendung aller Ebenen. Die hellblaue und magentafarbene Kurve zeigen die zugehörigen Indikatorfunktionen.

4.2.5 Algorithmus

Der verwendete Algorithmus wurde durch Kooperationspartner an der Uni Bremen an die rotordynamischen Gegebenheiten angepasst und in [32] dokumentiert. Im Einzelnen sieht die Rekonstruktionsprozedur folgendermaßen aus:

- Es werden zunächst alle Rotorknoten zur Rekonstruktion zugelassen. Dadurch lassen sich bereits optisch die Rotorbereiche größter Unwucht abschätzen.
- Rotorbereiche werden einzeln oder in Kombination zugelassen, um eine grobe Lokalisierung der Unwuchten zu ermöglichen. Dies kann entweder per Hand durch den Benutzer oder automatisiert erfolgen.
- Zur Verfeinerung werden einzelne Knoten innerhalb der als unwuchtig identifizierten Rotorbereiche zugelassen bzw. ausgeblendet.

Es muss an dieser Stelle eine Unterscheidung zwischen den Zielen des Auswuchtens und denen der Unwuchtidentifikation getroffen werden. Beim Ersteren steht die

Minimierung der unwuchterregten Schwingungen im Vordergrund. Ein Unwuchtausgleich kann nur an den konstruktiv vorgesehenen Ausgleichsebenen erfolgen. Aus diesem Grunde wird die Unwucht bei einer Anwendung des Verfahrens zum Auswuchten auch nur dort gesucht werden. Die Algorithmen sind jedoch dieselben, das Identifikationsverfahren ist auch zum Auswuchten verwendbar.

Schwierigkeiten sind lediglich dann zu erwarten, wenn eine große Unwucht am Rotor in Bereichen vorhanden ist, in denen keine Auswuchtebenen vorgesehen oder diese nicht zugänglich sind. Es muss dann, wie beim Einflusszahlenverfahren, versucht werden, die unwuchterregten Schwingverläufe mit Schwingverläufen aus Testunwuchten an Ausgleichsebenen zu superponieren.

Bei der Unwuchtidentifikation wird auf derartige praktische Probleme keine Rücksicht genommen, a priori sind alle Rotorknoten für die Rekonstruktion zugelassen. Die Fragestellung wird dadurch nicht rein akademisch, wenn man bedenkt, dass die Kenntnis der Unwucht für die Ursachenbehebung sowie vielfältige andere Überlegungen hilfreich sein kann. Es kann beispielsweise das konstruktive Vorsehen einer neuen Auswuchtebene vorgeschlagen werden. Weiterhin können heiße Stellen am Rotor, die durch die Wärmeausdehnung zu Unwuchten führen, durch zusätzliche Belüftung vermieden werden. Hier ist die genaue axiale Lage der Problemstelle besonders wichtig.

4.3 Numerische Simulation

Es wurde eine Rechnung mit numerisch erzeugten Daten durchgeführt, um die Güte der Identifikation beurteilen zu können. Dazu wurde das Modell der Maschine „Magnetelast“, verwendet, vgl. Abb. 3 in der Einleitung. Am Rotor sind konstruktiv neun Wuchtebenen vorgesehen.

4.3.1 Lastfälle

Für die Numerische Simulation wurden 5 der 9 in Abb. 3 dargestellten Auswuchtebenen ausgewählt. Es wurden 13 Lastfälle generiert, wobei die Größe der Unwuchten so dimensioniert wurde, dass der dadurch verursachte Schwingungsverlauf einen bestimmten Maximalwert erreichte. Eine kleine Unwucht verursachte einen Schwingungsausschlag von höchstens $50\mu m$ p-p, eine mittlere entsprechend $100\mu m$, sowie eine große Unwucht $150\mu m$.

Die Tabelle 6 zeigt die angenommenen Unwuchtverteilungen in den 13 Lastfällen. Die Bezeichnungen k, m und g stehen für kleine, mittlere und große Gewichtssetzungen, daneben ist die Winkellage notiert. In den ersten drei Lastfällen wurden Einzelunwuchten angenommen, um die generelle Funktionsfähigkeit des Algorithmus zu testen. In den folgenden Lastfällen wurde die Anzahl der gesetzten Unwuchten sukzessive erhöht. Es erhöht sich damit die Anforderung an den Identifikationsalgorithmus, da hier eine Trennung des Einflusses der Ebenen erfolgen muss.

Lastfall	Ebene 1	Ebene 2	Ebene 4	Ebene 6	Ebene 9
1	m 0°				
2			m 0°		
3					m 0°
4		g 90°		g 270°	
5		m 0°		g 90°	
6	g 0°				m 0°
7	m 90°		g 0°		
8	k 270°	m 0°		g 90°	
9	g 0°		g 180°		
10		m 0°		m 180°	g 0°
11	m 0°		k 180°		g 90°
12	g 90°	m 0°	g 270°	m 180°	m 90°
13	k 180°	m 0°	g 0°	m 0°	g 90°

Tabelle 6: Verteilung der Unwuchten in den Lastfällen.

4.3.2 Variierte Parameter

Es wurden für jede Unwuchtverteilung der Drehzahlbereich und das Rauschniveau variiert. Die sich ergebende Identifikationsgenauigkeit wurde durch 4 Kriterien bewertet. Der Drehzahlbereich lag in einem Fall bei Werten zwischen 0 und 3000 U/min , im zweiten Fall zwischen 0 und 6000 U/min . Die Fragestellung der Genauigkeit der Identifikation auch bei eingeschränktem Drehzahlbereich hat für die praktische Anwendung eine große Bedeutung. Häufig kann die Nenndrehzahl aufgrund zu großer Unwucht nicht sofort angefahren werden. Es ist dann nötig, den Rotor vorzuwuchten, um den gesamten Drehzahlbereich durchfahren zu können. Es ist dann möglich, dass die dafür verwendete Ausgleichssetzung axial zu weit von der Urunwucht entfernt ist und die Schwingungen bei höheren Drehzahlen verschlechtert.

Es wurde ein additives Rauschen angenommen, indem zufällige Werte \hat{z} auf die Schwingwerte komplex aufaddiert wurden. Das Rauschniveau wurde in Schritten von 5 Prozent von 0 bis 100 Prozent, bezogen auf die Norm der Gesamtschwingungen, variiert. Gleichung (44) illustriert das Prozedere für den komplexen Schwingwert $\hat{r}(\Omega, k)$, berechnet am k -ten Sensor bei der Drehzahl Ω :

$$\begin{aligned} \hat{r}_\delta(\Omega, k) &= \hat{r}(\Omega, k) + \rho_{add} \cdot \hat{z} \cdot \|\hat{\mathbf{r}}\| \text{ mit} \\ \rho_{add} &= [0\% \dots 5\% \dots 100\%] \\ -1 &\leq \operatorname{Re}\{\hat{z}\} \leq 1, \quad -j \leq \operatorname{Im}\{\hat{z}\} \leq j \end{aligned} \quad (44)$$

Auf jeden Schwingwert wurde so, unabhängig von seinem Betrag, ein komplexer Zufallswert addiert. Kleine Schwingwerte wurden so stärker verzerrt als große.

Ein relatives Rauschen ρ_{rel} wurde generiert, indem die Schwingwerte mit zufälligen Werten multipliziert wurden, dieses wurde in gleicher Weise variiert. Durch das relative Rauschen wurde jeder Schwingwert in Abhängigkeit seiner eigenen Größe verzerrt.

$$\hat{r}_\delta(\Omega, k) = \hat{r}(\Omega, k) \cdot (1 + \rho_{rel} \cdot \hat{z}) \quad (45)$$

Auch hier hatte die Fragestellung hohen Praxisbezug. Die Untersuchung sollte zeigen, bis zu welchem Rauschniveau noch mit einer Konvergenz des Verfahrens zu rechnen ist.

4.3.3 Gütekriterien

Wuchtqualität

Kriterium γ_1 bezeichnet die Wuchtqualität, Gleichung (46) stellt einen Zusammenhang zwischen der Norm der Restschwingungen nach dem Auswuchten und der Norm der anfänglichen Schwingungen $\hat{\mathbf{r}}_\delta$ her:

$$\gamma_1 = \frac{\|\hat{\mathbf{r}}_\delta\| - \|\hat{\mathbf{E}} \cdot \hat{\mathbf{u}} - \hat{\mathbf{r}}_\delta\|}{\|\hat{\mathbf{r}}_\delta\|} \quad (46)$$

Es sei darauf hingewiesen, dass sich mit diesem Begriff nicht auf die Formulierung der Wuchtqualität nach ISO 1940 bezogen wird. Mit Hilfe des Kriteriums wird bewertet, inwieweit die unwuchterregten Schwingungen durch die erhaltene Ausgleichssetzung minimiert werden. Ideal ist ein Wert von $\gamma_1 = 1$, in diesem Fall reproduziert die gefundene Unwuchtverteilung die Schwingungen vollständig, $\|\hat{\mathbf{E}} \cdot \hat{\mathbf{u}} - \hat{\mathbf{r}}_\delta\|$ wird zu Null.

Dieses Kriterium ist augenscheinlich für die Anwendung des Verfahrens zum Auswuchten von hoher Bedeutung. Abb. 47 zeigt die Schwingungen eines simulierten Urlaufs. Die mit Identifikation bezeichnete grüne Kurve liegt betragsmäßig 10% unterhalb des blau dargestellten Urlaufs. Sie verdeutlicht die Schwingungen, die durch die identifizierten Unwuchten verursacht würden, falls der Rotor sonst unwuchtfrei wäre.

Die rote Kurve zeigt die verbleibenden Restschwingungen nach Einbau des identifizierten Ausgleichssatzes. Die Wuchtqualität beträgt in diesem Beispiel $\gamma_1 = 90\%$.

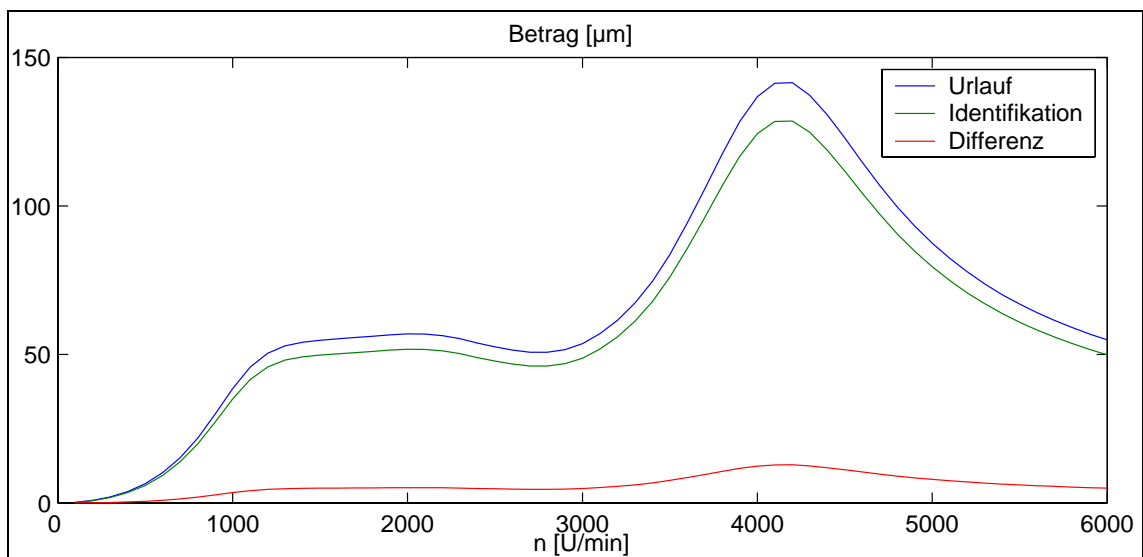


Abbildung 47: Restschwingungen (rot) bei einer Wuchtqualität von 90%

Anzahl der Ebenen

Kriterium γ_2 bewertet die Unterschiede in der Anzahl der Auswuchtebenen, die bei der Setzung und Rekonstruktion verwendet wurden, bezogen auf die Maximalanzahl zugelassener Ebenen:

$$\gamma_2 = 1 - \frac{|n_{\text{setz}} - n_{\text{ident}}|}{n_{\text{zul}}} \quad (47)$$

Das Kriterium bewertet, inwieweit die Anzahl der gefundenen Unwuchten mit der Anzahl der gesetzten Unwuchten übereinstimmt. Die Ergebnisse geben Aufschluss über die Genauigkeit der Rekonstruktion. Die Differenz wurde nicht auf die Anzahl der gesetzten Unwuchten, sondern auf die maximal mögliche Anzahl bezogen, um eine Verschärfung des Kriteriums bei einer kleinen Anzahl von Setzungen zu verhindern. Wurden beispielsweise Unwuchten in 3 Ebenen gesetzt, in der Rekonstruktion aber nur 2 Ebenen verwendet, ergibt sich eine Güte von $\gamma_2 = 1 - \frac{|3-2|}{5} = 80\%$.

Vektorielle Unterschiede

Kriterium γ_3 bewertet die vektoriellen Unterschiede der Unwuchtverteilungen:

$$\begin{aligned} \gamma_3 &= 1 - \frac{\|\hat{\mathbf{u}}_{\text{diff}}\|}{\|\hat{\mathbf{u}}_{\text{setz}}\|}, \\ \hat{\mathbf{u}}_{\text{diff}} &= \hat{\mathbf{u}}_{\text{setz}} - \hat{\mathbf{u}}_{\text{ident}} \end{aligned} \quad (48)$$

mit $\hat{\mathbf{u}}_{\text{setz}}$ als Vektor der gesetzten Unwuchten und $\hat{\mathbf{u}}_{\text{diff}}$ als Differenz von $\hat{\mathbf{u}}_{\text{setz}}$ zum Vektor der gefundenen Unwuchten $\hat{\mathbf{u}}_{\text{ident}}$. Die gesetzten und rekonstruierten Unwuchtverteilungen könnten etwa so wie in Tabelle 7 aussehen. Das Gütekriterium berechnet sich in diesem Fall zu $\gamma_3 = 64\%$. Hiermit wird das bisher schärfste Kriterium aufgestellt. Werden Unwuchten nicht an der richtigen, sondern etwa an einer benachbarten Ebene rekonstruiert, steigt die vektorielle Differenz stark an, obwohl die Wuchtqualität noch sehr befriedigend sein kann und die Anzahl der Ebenen nicht verändert wird.

Ebene	$\hat{\mathbf{u}}_{\text{setz}}$	$\hat{\mathbf{u}}_{\text{ident}}$	$\hat{\mathbf{u}}_{\text{diff}}$
2	0.5 kgm 0°	0.5 kgm 10°	0.087 kgm -85°
4	0.1 kgm 30°		0.1 kgm 30°
9	0.2 kgm 160°	0.1 kgm 160°	0.1 kgm 160°

Tabelle 7: Beispielhafte Darstellung gesetzter und identifizierter Unwuchtverteilungen

Produkt der Kriterien

Kriterium γ_4 ist das Produkt der obigen Kriterien mit ggf. negativem Vorzeichen, falls mindestens ein Kriterium negativ war:

$$\gamma_4 = |\gamma_1 \cdot \gamma_2 \cdot \gamma_3| \cdot \text{sign}(\min([\gamma_1 \ \gamma_2 \ \gamma_3])) \quad (49)$$

Die obigen Kriterien werden zusammengefasst, um einen direkten Vergleich zwischen Rekonstruktionen zu ermöglichen. Die Ergänzung um das Vorzeichen verhindert, dass sich negative Vorzeichen auslöschen, unser frei gewähltes Beispiel erreicht eine Gesamtgüte von $\gamma_4 = 0.9 \cdot 0.8 \cdot 0.64 = 46\%$.

4.3.4 Auswertung

Abhängigkeit vom Rauschniveau

In diesem Teil der Untersuchung steht die Abhängigkeit der Identifikationsergebnisse vom Rauschniveau im Vordergrund. In den Abb. 48 und 49 sind die Ergebnisse aller Gütekriterien über dem absoluten und relativen Rauschniveau dargestellt. Aufgetragen wurde auf der z-Achse das Gütekriterium, welches aus allen Unwuchtverteilungen im Mittel erreicht werden konnte. Die Abhängigkeit dieser Werte vom additiven und relativen Rauschniveau zeigt sich entlang der beiden anderen Achsrichtungen. In dieser Darstellung wurden die Werte des vollständigen Drehzahlbereiches bis $n = 6000 \text{ U/min}$ verwendet.

Es ist erkennbar, dass die Identifikationsgüte in allen Kriterien mit steigendem additiven Rauschniveau schneller abfällt als mit steigendem relativen Rauschniveau. Im folgenden wird ein Wert von mindestens 70% für die Gütekriterien als befriedigend angenommen. Damit ist sichergestellt, dass das Verfahren in der praktischen Anwendung schnell konvergiert.

Eine Wuchtqualität von 70% ist im Drehzahlbereich bis 6000 U/min bei einem relativen Rauschen von bis zu 50%, aber nur bis zu einem additiven Rauschen von etwa 30% zu erreichen. Die Rechnung bei eingeschränktem Drehzahlbereich bis 3000 U/min lieferte entsprechende Grenzen von 30% bzw. 20%, auf eine grafische Darstellung wurde hier verzichtet. Diesen Werten steht ein Erfahrungswert von ca. $\rho_{abs} \approx 20\%$ aus dem Prüfbetrieb gegenüber. Dieses Rauschniveau stellt allerdings eine Überlagerung aus relativem und additivem Rauschen dar.

Die Identifikationsgenauigkeit ist in Bezug auf die Anzahl der gefundenen Unwuchtebenen für alle Rauschniveaus hinreichend gut. Die Ergebnisse liegen allesamt oberhalb von 70 Prozent, wie in der Grafik zum Kriterium 2 sichtbar ist. Diese Aussage gilt auch für den eingeschränkten Drehzahlbereich. Es wird daraus geschlossen, dass Unwuchten weder unzulässig auf andere Ebenen verteilt, noch zu stark auf einzelne Rotorpositionen reduziert werden.

Den deutlichsten Einfluss hat das Rauschniveau auf die Identifikationsgenauigkeit in Bezug auf die vektorielle Differenz der gefundenen Setzung zur Originalsetzung. Eine Güte von 70 Prozent ist nur bei einem Rauschniveau von bis zu 10 Prozent zu erreichen. Durch die im Vergleich kleinen Werte dominiert deren Einfluss auf das Produktkriterium 4. Die Grafiken zu den Kriterien 3 und 4 unterscheiden sich nicht deutlich, die Werte bewegen sich im Vergleich zu den ersten beiden Kriterien auf deutlich kleinerem Niveau.

Zusammenfassend ist zu sagen, dass die exakte Identifikation mit steigendem Rauschen schnell scheitert, das zu erwartende Auswuchtergebnis jedoch auch in der Praxis zufriedenstellend sein wird. Die Rekonstruktion der axialen Lage der Unwuchten, beurteilt im Kriterium 3, erfolgt nur so genau, wie es mit dem Informationsgehalt der im Drehzahlbereich liegenden Eigenfrequenzen möglich ist. Eine feinere Auflösung auf einzelne Rotorknoten kann deshalb nicht erreicht werden. Zur Fehleranalyse sowie zum Auswuchten ist allerdings schon die Kenntnis der unwuchtigen Rotorbereiche hilfreich. Die zufriedenstellenden Ergebnisse in den ersten beiden Kriterien deuten auf eine gute Brauchbarkeit der Algorithmen hin.

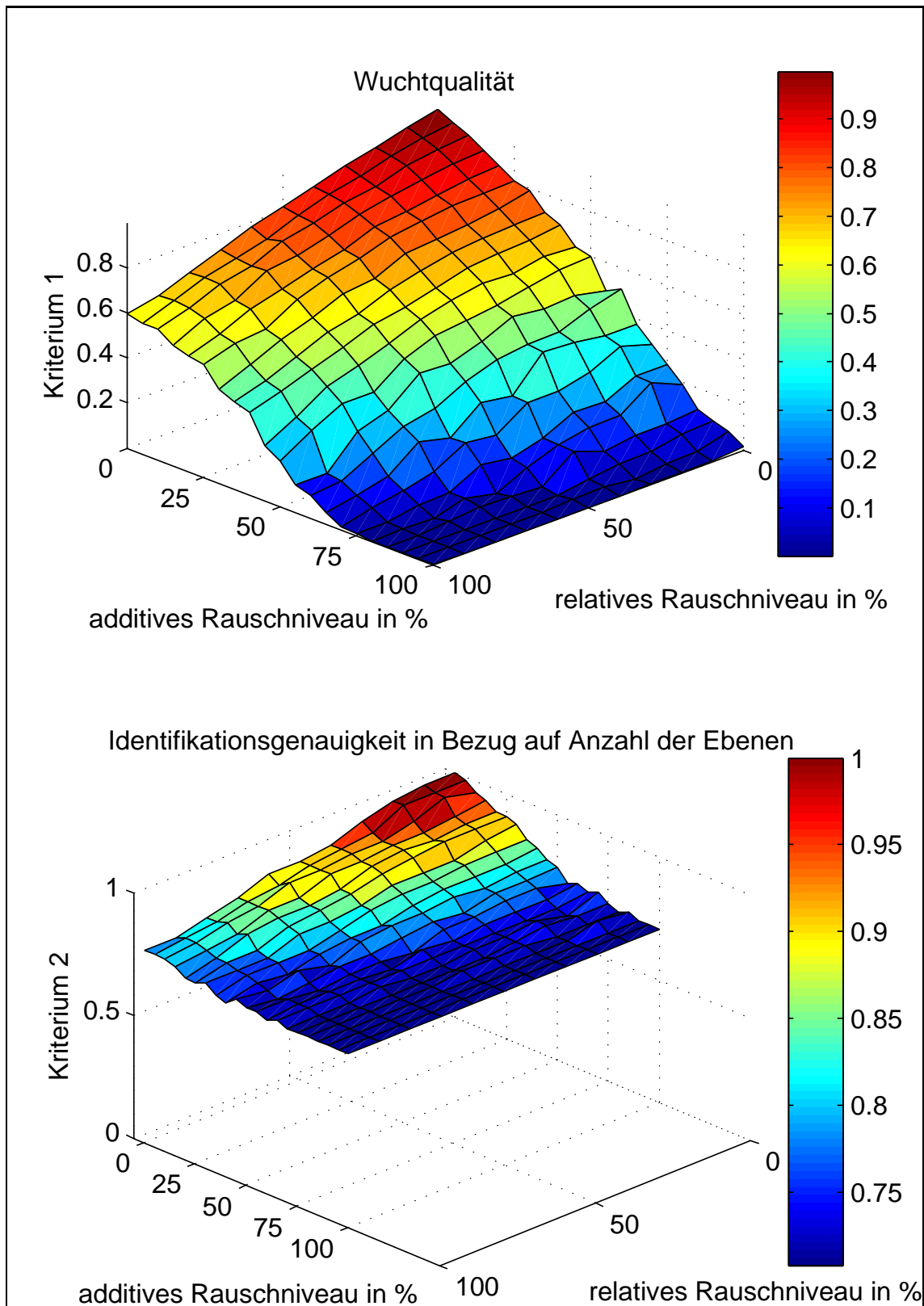


Abbildung 48: Abhängigkeit der Kriterien 1 und 2 vom Rauschniveau.

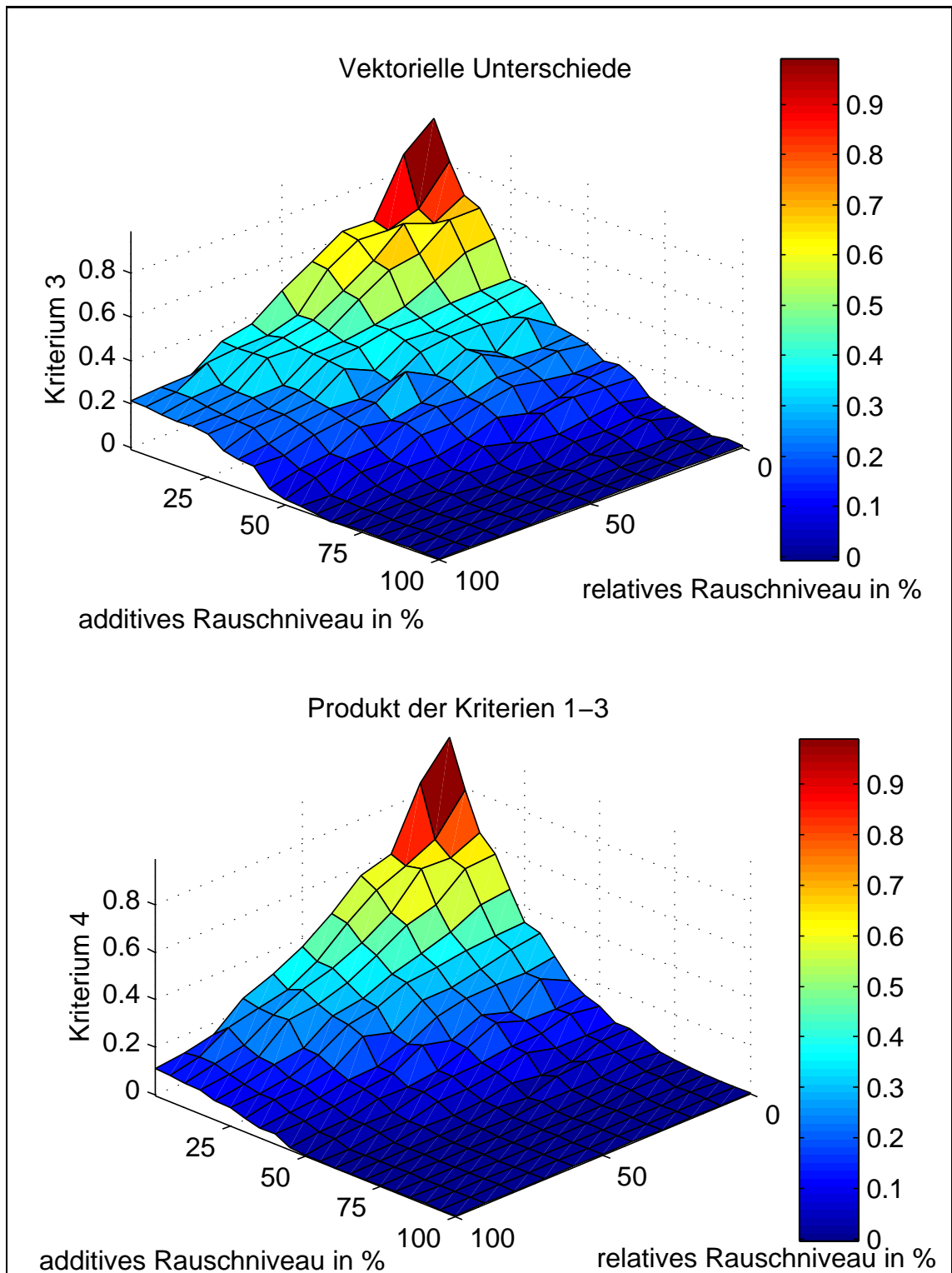


Abbildung 49: Abhängigkeit der Kriterien 3 und 4 vom Rauschniveau.

Vergleich der Lastfälle und der Drehzahlbereiche

Die Lastfälle wurden in Bezug auf Anzahl der verwendeten Ebenen sowie auf die Größe der gesetzten Gewichte stark unterschiedlich gestaltet. Abb. 50 zeigt die Identifikationsergebnisse jedes Lastfalls beispielhaft für das Rauschniveau $\rho_{add} = \rho_{rel} = 0.1$. Die blauen Säulen stellen die Gütekriterien im eingeschränkten Drehzahlbereich dar. Die roten Säulen wurden entsprechend mit dem Drehzahlbereich bis $n = 6000 \text{ U/min}$ erzeugt. In gleicher Weise wurden in Abb. 51 die über alle Rauschniveaus gemittelten Ergebnisse geplottet.

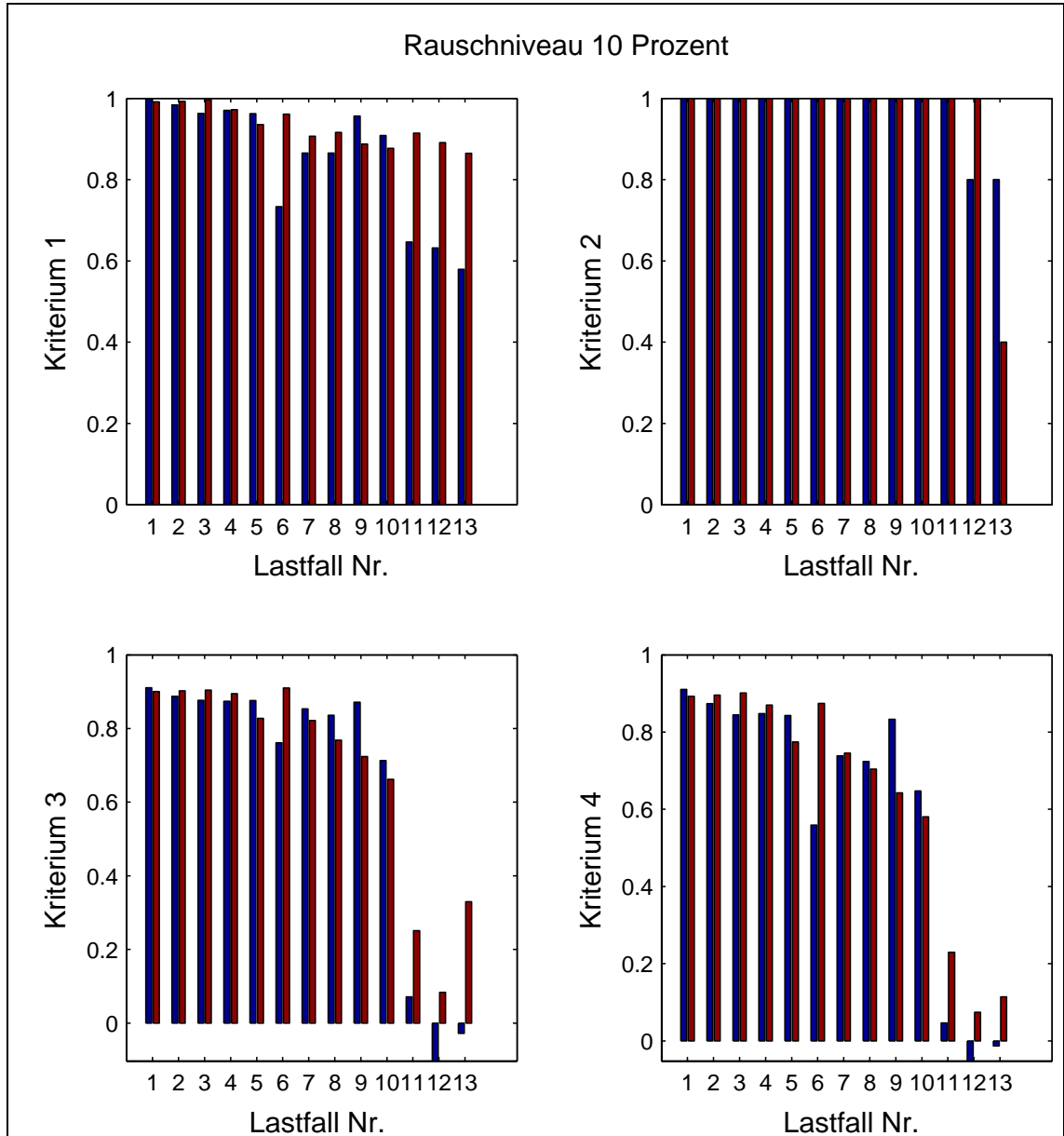


Abbildung 50: Abhängigkeit der Identifikationsgüten vom Lastfall und Drehzahlbereich. Darstellung der Ergebnisse für ein 10%iges Rauschniveau.

Generell zeigen die Abb. 50 und 51 ein Abfallen der Ergebnisse mit der Komplexität des Lastfalls. Die Wuchtqualität sinkt nur leicht ab, bei kleinem Rauschniveau werden die Schwingungen sogar um ca. 80% verringert. Durch das z.T. sehr hohe Rauschniveau liegt die Wuchtqualität bei der Mittelung nur im Bereich von ca. 40%. Im Kriterium 2 werden bei kleinem Rauschniveau nur die letzten beiden Lastfälle fehlerhaft reproduziert. Die Ergebnisse fallen im Mittel relativ rasch ab, nur die ersten drei Lastfälle werden mit gleicher Anzahl von Ebenen rekonstruiert. Einen ähnlichen Verlauf zeigt das Kriterium 3, die Identifikationsgenauigkeit in der vektoriellen Differenz. Die Werte liegen dort jedoch deutlich unterhalb der Ergebnisse der ersten Kriterien. Im Produktkriterium dominiert auch hier der Einfluss des dritten Kriteriums.

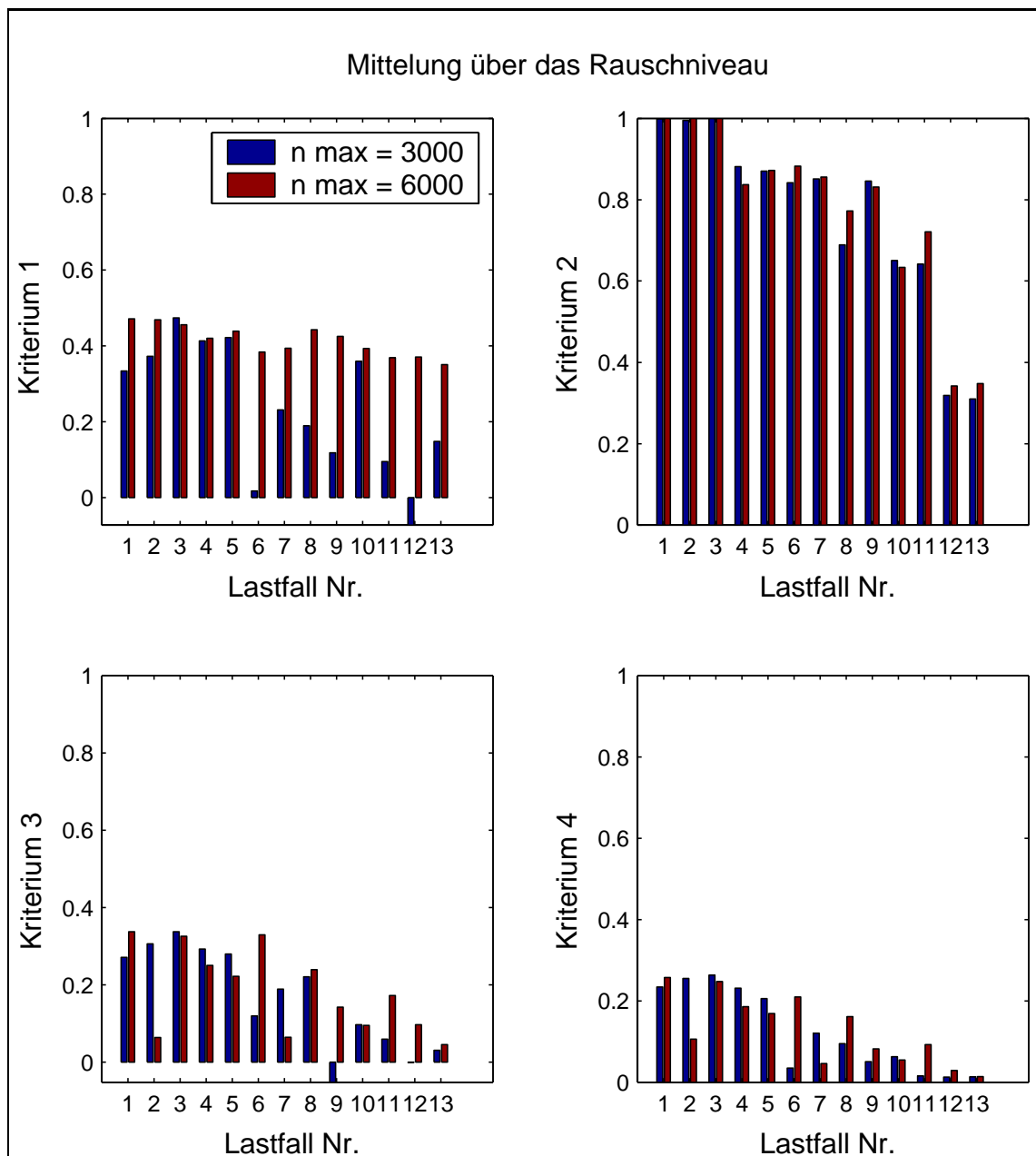


Abbildung 51: Abhängigkeit der Identifikationsgüten vom Lastfall und Drehzahlbereich. Die Ergebnisse wurden über alle Rauschniveaus gemittelt.

Beim Vergleich der Drehzahlbereiche fallen deutliche Differenzen in der Wuchtqualität auf. Die im eingeschränkten Drehzahlbereich rekonstruierten Unwuchten wurden in der Simulation dazu verwendet, die Schwingungen im gesamten Drehzahlbereich auszugleichen. Die Charakteristik des Unwuchteinflusses zeigt sich vor allem in den durchfahrenen Resonanzen. Es ist mit dem eingeschränkten Drehzahlbereich deshalb nur eingeschränkt möglich, Unwuchten zu rekonstruieren, die ihren Schwingungseinfluss erst in einer höheren Eigenfrequenz zeigen.

Die letzten drei Kriterien zeigen keinen signifikanten Einfluss des Drehzahlbereiches. Dort sind der Einfluss der Komplexität des Lastfalls und des Rauschniveaus dominanter.

4.4 Anwendung im Prüfbetrieb

An dieser Stelle wird die Anwendung des Identifikationsalgorithmus in der Praxis vorgestellt. Es wurde mit gemessenen statt mit berechneten Einflusszahlen gearbeitet, um keine Modellunsicherheiten berücksichtigen zu müssen. Es werden hier zwei Beispiele aufgeführt, bei denen zunächst auf klassische Art die Einflusszahlen bestimmt wurden. Daraufhin wurden die Identifikationsmethoden zum Auswuchten der Maschinen herangezogen. Einschränkend ist dazu zu sagen, dass sich auf diese Art lediglich die Wuchtqualität ermitteln lässt, da die Initialunwucht unbekannt war. Weiterhin stehen in der praktischen Anwendung nicht immer alle Auswuchtebenen zur Verfügung, die Initialunwucht stellt eine Unwuchtverteilung über den ganzen Rotor dar.

4.4.1 Magnetlagermaschine

Die Maschine „Magnetelast“ wurde mit dem neu entwickelten Verfahren zur Unwuchtidentifikation ausgewuchtet. Der Drehzahlbereich für das Auswuchten endete bei $n = 5600 \text{ U/min}$. An den drei Lagerstellen wurden in jeweils zwei Richtungen Wellenschwingungen gemessen. Die Einflusszahlen wurden für 6 Ebenen experimentell ermittelt, die Berechnung der Ausgleichsgewichte erfolgte mit dem Identifikationsalgorithmus. Zum Auswuchten der Maschine wurden lediglich 4 der 6 Ebenen verwendet, Abb. 52 zeigt einige Indikatorfunktionen. Es ist zu erkennen, dass einige Kombinationen ein Unterschreiten des Datenfehlerniveaus bereits nach wenigen Iterationsschritten bewirken. Alle diese Fälle kommen prinzipiell für das Berechnen eines Ausgleichsgewichtssatzes in Frage. Die endgültige Entscheidung wird dann vom Auswuchtpersonal abhängig von den prognostizierten Restschwingungen getroffen.

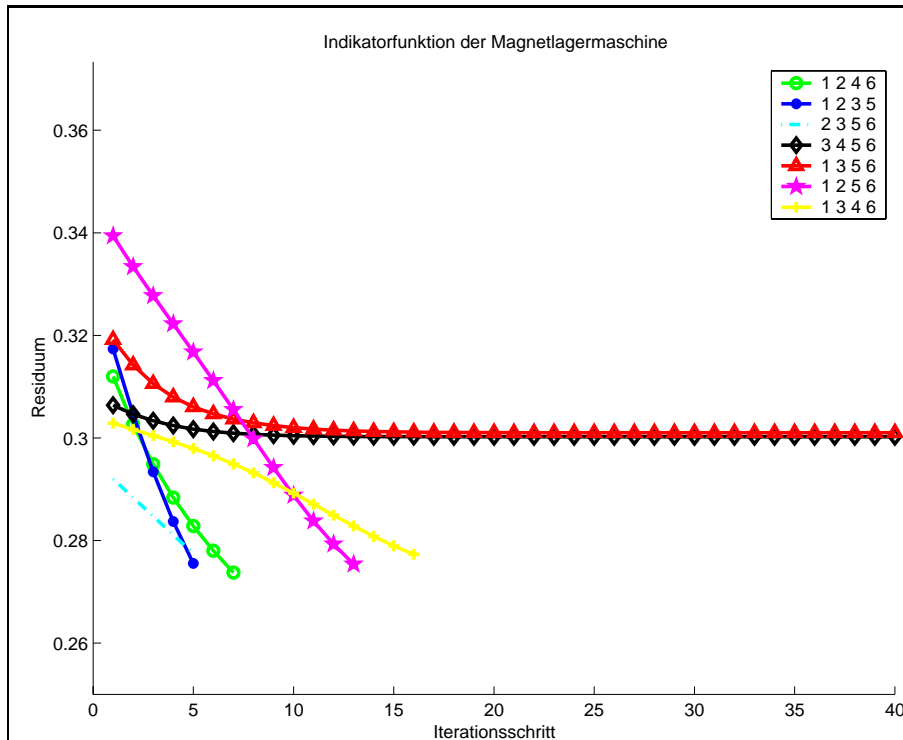


Abbildung 52: Ausgewählte Indikatorfunktionen beim Auswuchten der Magnetlagermaschine.

Die in Abb. 52 blau dargestellte Ebenenkombination wurde für das Auswuchten verwendet, Tabelle 8 zeigt die eingebauten Gewichte.

Ebene	Betrag in g	Phase in Grad
1	71	184
2	85	237
3	139	21
4		
5	180	254
6		

Tabelle 8: Zum Auswuchten eingebaute Gewichte bei der Magnetlagermaschine. Auf zwei der sechs Ebenen konnte verzichtet werden.

Die Größe der Gewichte bewegt sich im unteren Bereich des Üblichen. Bezeichnend ist, dass nicht alle Ebenen benutzt werden mussten. Die Indikatorfunktion hilft hier bei der Auswahl der wirklich relevanten Ebenen.

Abb. 53 zeigt die Schwingungen vor und nach dem Auswuchten. Die berechnete Ausgleichssetzung in 4 Ebenen reduzierte die Schwingungen deutlich, die erreichte Wuchtqualität lag bei etwa $\gamma_1 = 68\%$.

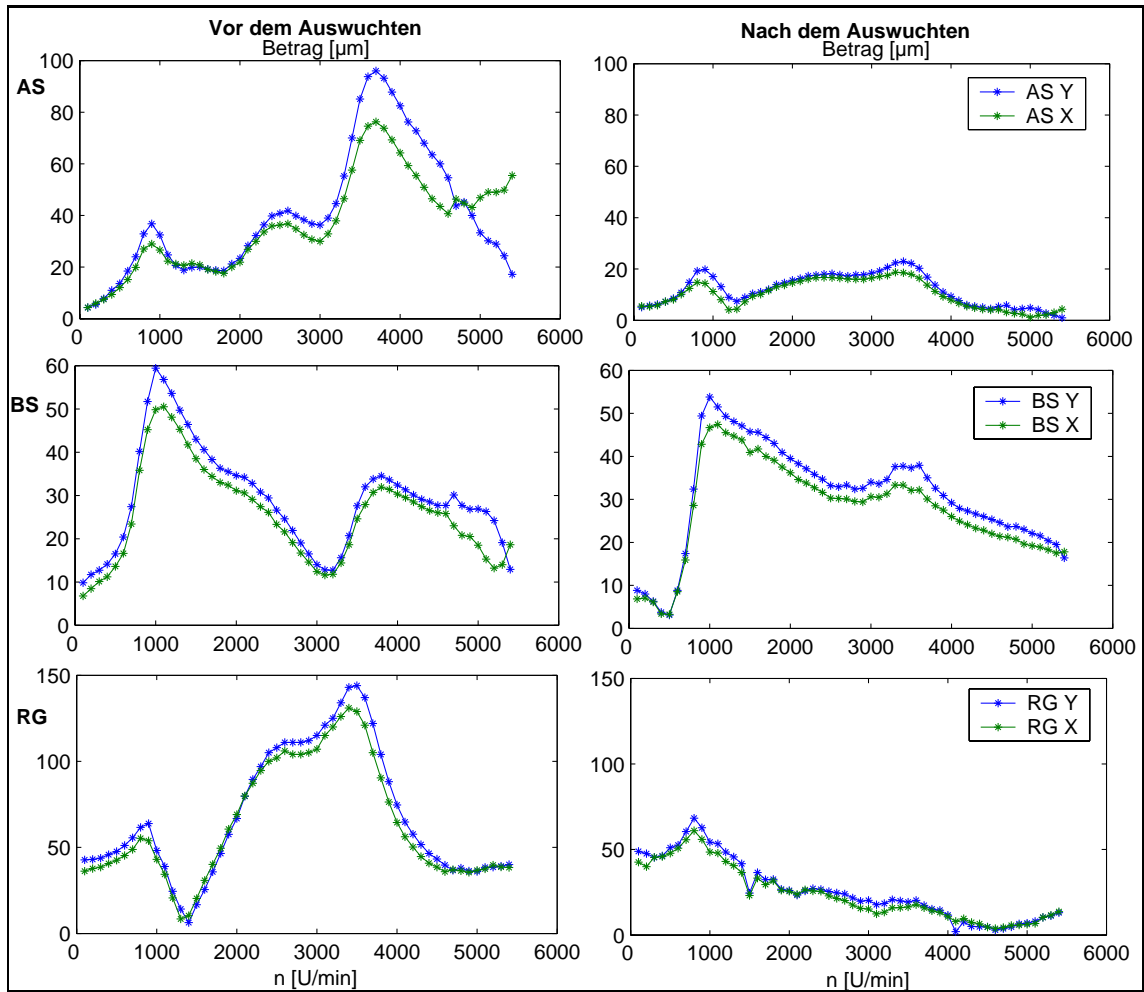


Abbildung 53: Schwingungen vor und nach dem Auswuchten der Magnetlagermaschine.

4.4.2 Gleitlagermaschine

Bei der zweiten Maschine handelte es sich um eine Gleitlagermaschine mit zwei Lagerstellen. Es wurden ein Umlauf und Testläufe in 6 Ebenen gefahren, die Maximaldrehzahl von 3900 U/min wurde in allen Läufen erreicht. Beim Umlauf bewegten sich vor allem die Lagerschwingungen in einem kritischen Bereich bis zu $|\hat{v}| = 20 \text{ mm/s}$. Schon während der Testläufe konnten diese durch überlegte Testsetzungen auf etwa die Hälfte reduziert werden. Das Auswuchten der Maschine erfolgte in zwei Wuchtläufen, wobei kleine Gewichtssetzungen in zwei Ebenen vorgenommen wurden.

Die in Abb. 54 hellblau dargestellte Ebenenkombination bewirkt ein Unterschreiten des Datenfehlerniveaus durch die Indikatorfunktion nach einer ähnlichen Anzahl von Iterationsschritten, wie es bei Verwendung aller Ebenen der Fall war. Alle anderen Kombinationen aus nur zwei Ebenen unterschreiten das Datenfehlerniveau nicht und stagnieren auf einem ähnlichen Fehlerlevel wie die blau dargestellte Kurve. Die zugehörigen Indikatorfunktionen wurden in Abb. 54 nicht dargestellt. Die eingebauten Gewichte sind in Tabelle 9 notiert.

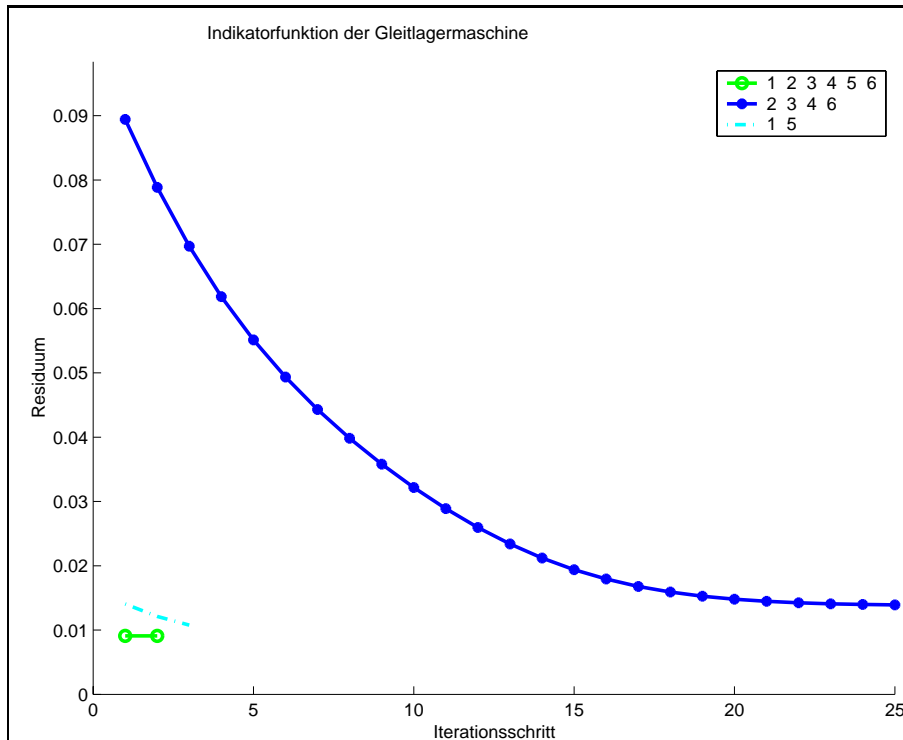


Abbildung 54: Ausgewählte Indikatorfunktionen der Gleitlagermaschine.

Ebene	Betrag in g	Phase in Grad
1	240	0
2		
3		
4		
5	280	170
6		

Tabelle 9: Zum Auswuchten eingebaute Gewichte bei der Gleitlagermaschine. Der Einbau in zwei Ebenen genügte für eine deutliche Schwingungsreduzierung.

Abb. 55 zeigt den Schwingungsverlauf vor und nach dem Auswuchten. Bezeichnend ist die deutliche Schwingungsreduktion mit Hilfe von nur zwei Ebenen. In diesem Fall lag die erreichte Wuchtqualität bei etwa $\gamma_1 = 94\%$. Die Anwendung der bestehenden Methoden hätte mit großer Wahrscheinlichkeit zum gleichen Wuchtergebnis geführt. Es ist allerdings davon auszugehen, dass dazu der Einbau von größeren Gewichten in anderen Ebenen sowie evt. die Durchführung weiterer Auswuchtläufe nötig gewesen wäre.

Die Anwendung der Identifikationsalgorithmen verlief bei beiden Maschinen erfolgreich, die unwuchterregten Schwingungen konnten weitgehend beseitigt werden. Beim Vergleich fallen jedoch deutliche Unterschiede bezüglich der Restschwingungen nach dem Auswuchten, bzw. der erreichten Wuchtgüten auf.

Die Ursachen für diese Erscheinungen sind vielschichtig. Einerseits wird die Magnetlagermaschine bis kurz vor ihrer dritten Eigenfrequenz betrieben und auch ausgewuchtet. Bei der Gleitlagermaschine wurden aus Aufwandsgründen lediglich die Lagerschwingungen gemessen. Nur eine Eigenform zeigt dort ihren Einfluss. Bei

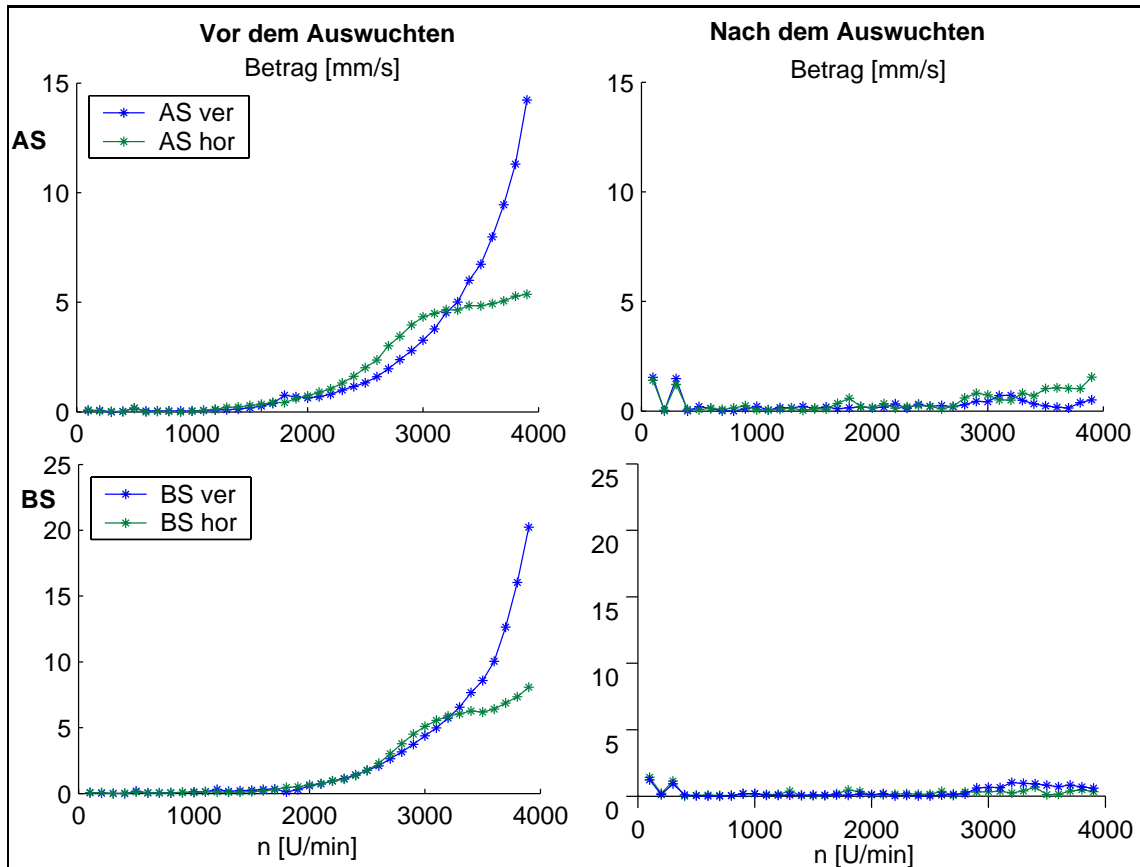


Abbildung 55: Lagerschwingungen vor und nach dem Auswuchten der Gleitlagermaschine.

der Magnetlagermaschine stellten sich vielfältige Temperaturzustände ein, weiterhin hatten die Wicklungen im Ballenbereich die Möglichkeit, sich teilplastisch zu setzen. Durch solche Effekte verschiebt sich die Unwucht am Rotor, es existiert eine Temperatur- und Drehzahlabhängigkeit. Die Gleitlagermaschine wurde hingegen im Kaltzustand betrieben. Die Setzungserscheinungen waren nach erfolgtem Schleudertest, bei welchem die Maschine bei Überdrehzahl betrieben wurde, weitgehend abgeschlossen. Hinzu kommt, dass beim Auswuchten der Magnetlagermaschine der gesamte Ballen der Hauptmaschine unzugänglich war, die Temperatur- und Setzungserscheinungen werden jedoch genau dort vermutet. Die Gleitlagermaschine war an allen Stellen frei zugänglich, wodurch die Schwingungscharakteristik aller Auswuchtebenen vermessen werden konnte.

Die Anwendung der bisherigen Algorithmen führte bei der Magnetlagermaschine in der Vergangenheit dazu, dass in allen Ebenen Ausgleichsgewichte gesetzt wurden. Außerdem wurden Schwingungen schwerpunktmäßig oft in den falschen Ebenen ausgeglichen. Das Wuchtergebnis hing in großem Maße von den Aufstellbedingungen ab, schon eine leichte Änderung, etwa der Steifigkeitsparameter der Magnetlager, führte zu erhöhten Schwingungen. Die Gleitlagermaschine konnte sehr genau ausgewuchtet werden, dies wäre allerdings auch mit dem bisherigen Verfahren möglich gewesen. Insofern ist der Auswuchterfolg bei der Magnetlagermaschine weitaus höher zu bewerten als bei der Gleitlagermaschine, obwohl der Vergleich der Wuchtqualitäten dem entgeht.

4.5 Zusammenfassung zur Unwuchtidentifikation

In diesem Kapitel wurde ein Verfahren zur Unwuchtidentifikation vorgestellt. Das Verfahren ist in der Lage, mathematische Instabilitäten zu beheben, die bei der Ermittlung der Unwuchten aus der Einflusszahlenmatrix und den Schwingungen des Umlaufs auftreten. Es wird eine Unwuchtverteilung berechnet, die der tatsächlich am Rotor vorliegenden Urunwucht ähnelt, hier ist besonders die axiale Verteilung der Unwuchten bedeutsam.

Es kommt dazu die Tikhonov - Regularisierung zum Einsatz, welche die unwuchterregten Schwingungen lediglich bis zum Datenfehlerniveau verringert und gleichzeitig die Norm der berechneten Unwuchten begrenzt. Die Semikonvergenz des Regularisierungsverfahrens verlangt nach der Anwendung des Morozov'schen Diskrepanzprinzips in Verbindung mit dem L-Kurven Kriterium. Die Mehrdeutigkeit des Lösungsraums entsteht durch die Beschränkung des Drehzahlbereichs, das Verfahren konvergiert zu keiner eindeutigen Lösung. Durch die Ausgabe von Indikatorfunktionen wird allerdings ein Entscheidungskriterium für die Auswahl relevanter Rotorbereiche oder -knoten bereitgestellt.

In einer Numerischen Simulation wurde die Unempfindlichkeit des Auswuchtergebnisses gegenüber dem Rauscheinfluss bestätigt. Dieses Ergebnis stimmt mit der Erwartung überein, da die Fehlerminimierung beim Erreichen des Datenfehlerniveaus abgebrochen wird. Die Übereinstimmung von gesetzten und identifizierten Unwuchten fällt, abhängig von der Art der Unwuchtsetzung und der Anzahl der im Drehzahlbereich befindlichen Resonanzen, unterschiedlich gut aus. Die Genauigkeit in der Rekonstruktion der Unwuchten wird durch den Informationsgehalt der Schwingungsdaten bestimmt. Die axiale Lage der identifizierten Unwuchten stimmt jedoch recht gut mit der Urunwuchtssetzung überein.

Wird mit einer Ausgleichssetzung die Urunwucht am Rotor direkt ausgeglichen, so ist mit einer deutlichen und von den Aufstellungsbedingungen unabhängigen Schwingungsreduktion zu rechnen. Mit den klassischen Optimierungsalgorithmen wurden die Schwingungen meist bei bestimmten Drehzahlen reduziert. Die Urunwucht selbst wurde allerdings aufgrund der Mehrdeutigkeit der Lösungen und der Beschränkung auf einzelne Auswuchtdrehzahlen im Allgemeinen nicht ausgeglichen. Die in diesem Abschnitt vorgestellte Herangehensweise des Identifizierens beseitigt diese Unzulänglichkeiten. Das direkte Ausgleichen von Unwuchten scheitert jedoch, falls bei den Testläufen nicht alle Rotorbereiche abgedeckt werden können, die Urunwucht jedoch gerade dort zu suchen ist. Nicht immer sind alle Bereiche axial zugänglich, bzw. sind Auswuchtebenen vorgesehen, so dass sich der Anwender mit einer reinen Schwingungsreduktion zufrieden geben muss.

Die Anwendung des Verfahrens auf gemessene Daten verlief erfolgreich. Es konnten durchweg gleichgute oder bessere Ergebnisse als bei Verwendung der bestehenden Methoden erzielt werden. Den Vorteilen stehen keinerlei Nachteile gegenüber, weder der Mess- noch der Rechenaufwand müssen erhöht werden. Die genannten Einschränkungen sind auch bei dem bestehenden Verfahren vorhanden und sollen durch das rechnerische Generieren von Einflusszahlen minimiert werden. Das Verfahren wird heute schon in der Praxis zum Auswuchten mit gemessenen Einflusszahlen eingesetzt.

5 Modellanpassung

Im Kapitel „Modellbildung“ wurden Unzulänglichkeiten in der Modellstruktur behoben. Zusätzlich wurden Möglichkeiten aufgezeigt, einzelne Modellparameter mittels Messläufen zu ermitteln. Auf diese Art und Weise konnten jedoch nicht alle Arten von Modellunsicherheiten behandelt werden. In diesem Kapitel werden Verfahren zur Modellanpassung beschrieben. Ziel ist es, durch Variation unsicherer Modell- und Anregungsparameter die Modellrechnung an die Messung anzunähern.

5.1 Einführung

Die in den beschriebenen FE-Modellen verbleibenden Unsicherheiten stammen vor allem aus drei Kategorien. Zunächst haben die Vereinfachungen, die bei der Modellierung unumgänglich sind, einen globalen Einfluss auf das Gesamtmodell. Die daraus resultierenden Unsicherheiten sind umso geringer, je mehr Aufwand bei der Modellierung betrieben wird. Mit fortschreitender Computertechnik wird heute ein hoher Automatisierungsgrad bei der FE-Modellerstellung, etwa durch Ableitung aus CAD-Geometriemodellen erreicht. Die Wahrscheinlichkeit des Auftretens von Diskretisierungsfehlern oder Fehlern, die der Modellstruktur allgemein zuzuordnen sind, hat sich dadurch jedoch nicht verringert.

Annahmen über die korrekte Modellierung von komplizierten Ballenquerschnitten oder die unbekannte Massenverteilung, die aus der Tränkung der Wicklung resultiert, haben einen Einfluss auf die globale Modellgüte. Ähnlich machen sich nachträgliche kleine Änderungen am CAD-Modell bemerkbar, falls das FE-Modell nicht aktualisiert wird.

Die Abweichungen des berechneten dynamischen Verhaltens zur Messung, die sich so ergeben, können nicht durch eine Variation physikalischer Parameter sinnvoll ausgeglichen werden. Das Ergebnis wäre ein äquivalentes Ersatzmodell, welches nur für den zur Modellanpassung herangezogenen Anregungsfall gilt [33]. Sinnvoll ist hier eine globale Anpassungsstrategie, etwa mit Hilfe einer modalen Modellbeschreibung.

Eine weitere Gruppe von Unsicherheiten liegt in der Parametrisierung einzelner Modellteile. Die Werkstoffkennwerte des Rotors sowie die Steifigkeits- und Dämpfungsverläufe im Ölfilm oder Magnetfeld sind die wichtigsten parametrischen Einflüsse. Der E-Modul des Stahls beispielsweise beeinflusst die dynamischen Eigenschaften des Rotors allein, die Ölfilmsteifigkeiten nur die der Lagerung.

Diese Gruppe von Fehlerquellen lässt sich durch eine Parameteridentifikation beheben. Gelingt es, eine Kombination von physikalischen Parametern anzugeben, die in etwa den in der Realität vorliegenden Parametern entspricht, werden die Abweichungen zwischen Rechnung und Messung minimiert. Aufgrund des lokalen Einflusses der Parameter auf einzelne Modellteile empfiehlt sich zur Minimierung ein entsprechend an das Problem angepasstes Optimierungsverfahren. Neben der Anpassung des vorliegenden Modells liegen damit Informationen über physikalische Größen vor, die für spätere Modellierungsvorhaben hilfreich sein können.

Eine dritte relevante Fehlerquelle liegt in der Erfassung der Anregungs- und Messgrößen. Die Schwingungsmessung an Rotor und Lagergehäuse erfolgt nicht mit beliebiger Genauigkeit und ist von einem leichten Messrauschen überlagert. Die Unsicherheiten bei der Ermittlung der Unwuchtanregung im drehenden

Zustand sind ungleich höher. Bei drehender Maschine führt z.B. eine thermische Rotorverkrümmung zu einer nicht bekannten Unwuchtanregung. Ebenso wirkt sich die radiale Setzbewegung einzelner Wicklungen unter Fliehkrafteinfluss aus. Zwar kann die unbekannte Unwucht durch Differenzbildung von nacheinanderfolgenden Läufen mit bekannter Testgewichtssetzung eliminiert werden. Die Temperatur- und Setzungseinflüsse auf den Unwuchtzustand des Rotors sind jedoch teilweise derartig hoch, dass der Hoch- und Auslauf des gleichen Messlaufes sehr unterschiedlich sein können. Abb. 56 zeigt beispielhaft den Amplituden- und Phasenverlauf während eines Testlaufs beim Auswuchten einer Gleitlagermaschine.

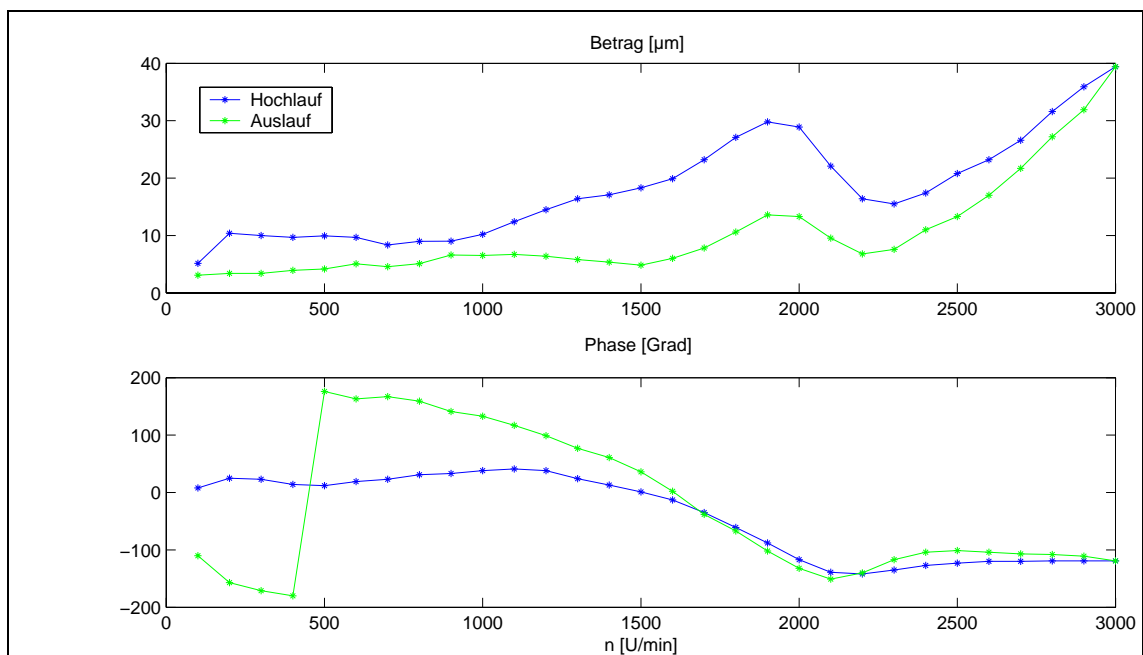


Abbildung 56: Wellenschwingungen am BS-Lager, Vergleich Hoch- und Auslauf

Die ersten beiden Arten von Modellunsicherheiten führen zu systematischen Abweichungen zum gemessenen Verhalten einer Struktur. Sie sind unabhängig von der Konfiguration der Anregungs- und Messpunkte, wenn man von Schwierigkeiten wie Beobachtbarkeit etc. absieht. Im Gegensatz dazu sind die Einflüsse der dritten Gruppe stochastisch.

Der Vergleich zwischen Rechnung und Messung fällt deshalb selbst mit einem ideal angepassten Modell bei jeder Messung etwas anders aus. Der Einfluss von unbekannten Anregungen ist parametrisch und lässt sich deshalb ähnlich den Unsicherheiten der zweiten Gruppe behandeln. Das Anpassungsergebnis ist jedoch nicht für die Vorhersage des Strukturverhaltens bei anderen Anregungsfällen anwendbar.

Die Gewichtung der Einflüsse der drei Arten von Modellunsicherheiten bestimmt in hohem Maße die Qualität des angepassten Modells. Die Auswahl eines Modellanpassungsverfahrens erfolgt deshalb auch in Hinblick auf die erwarteten Unsicherheiten. Bei den in dieser Arbeit behandelten Maschinen sind die ersten beiden Gruppen, grob geschätzt zu gleichen Teilen, für nur etwa die Hälfte der Modellunsicherheiten verantwortlich. Die andere Hälfte ist den stochastischen Ausprägungen von zusätzlichen Unwuchten geschuldet und muss deshalb für jeden Messlauf neu ermittelt werden.

5.2 Stand der Technik

Zur Modellanpassung existieren eine Reihe von Verfahren im Zeit- und Frequenzbereich, letztere sind für die vorliegende Problemstellung interessant. Man unterscheidet zudem nach der Art der Modellbildung: es existieren Verfahren, die einen Rückschluss auf die physikalischen Parameter erlauben und solche, die mit sog. Black-Box-Modellen arbeiten. Die parametrischen Verfahren benutzen meist folgendes Lösungsprinzip:

Im ersten Schritt werden die als unsicher angesehenen Parameter ausgewählt. Zu jedem der Parameter werden die zugehörigen Einträge in den Systemmatrizen \mathbf{M}_0 , \mathbf{G}_0 , \mathbf{D}_0 und \mathbf{S}_0 des Ausgangsmodells herausgesucht und in den Teilmatrizen \mathbf{M}_i , \mathbf{G}_i , \mathbf{D}_i und \mathbf{S}_i gespeichert. Das System wird sodann als Superposition der Ausgangsmatrizen und den n_i Teilmatrizen dargestellt, hier beispielhaft für die Steifigkeitsmatrix:

$$\mathbf{S} = \mathbf{S}_0 + \sum_{i=1}^{n_i} t_i \cdot \mathbf{S}_i \quad (50)$$

Der Eintrag t_i des Vektors \mathbf{t} gibt an, inwieweit der Einfluss des Parameters p_i , welcher in \mathbf{S}_i gespeichert ist, in der Matrix \mathbf{S} des Analysemodells berücksichtigt wird. Mit dem Modell wird die Systemreaktion auf die im Experiment verwendete Anregung simuliert und mit der Messung verglichen. Es bietet sich an dieser Stelle eine Sensitivitätsuntersuchung an, um Parameter mit geringem Einfluss auf das Systemverhalten zu eliminieren. Solche Parameter würden vom Anpassungsalgorithmus zu stark verstellt werden und ihren physikalischen Gültigkeitsbereich verlassen.

Die Abweichungen zwischen Messung und Rechnung werden in einem Residuenvektor δ gespeichert, welcher in einem Funktional minimiert wird:

$$J = \delta^T \cdot \mathbf{W}_\delta \cdot \delta + \mathbf{p}^T \cdot \mathbf{W}_p \cdot \mathbf{p} \longrightarrow \min! \quad (51)$$

Das Funktional J enthält in diesem Fall die Wichtungsmatrizen \mathbf{W}_δ und \mathbf{W}_p für die Residuen δ und die Parameter \mathbf{p} , kann aber, abhängig vom verwendeten Verfahren, auch eine andere Gestalt haben. Die Systemmatrizen \mathbf{M} , \mathbf{G} , \mathbf{D} und \mathbf{S} des Analysemodells hängen linear von den Parametern ab. Die berechneten Systemreaktionen sind jedoch im Allgemeinen nichtlineare Funktionen der Parameter, da sie die Inversion der Systemmatrizen entspr. Glg. (13) oder eine Eigenwertbildung erfordern. Die Minimierungsaufgabe wird deshalb meist iterativ unter Bildung einer Gradientenmatrix in jedem Linearisierungspunkt gelöst.

Lindemann beschreibt ein solches Verfahren in [34]. Gegenstand der Untersuchung war die Anpassung der unsicheren Steifigkeits- und Dämpfungsparameter eines biegeelastischen Rotors mit Gleitlagerung. Das Modell wurde für die Berechnung der Eigenfrequenzen sowie der Links- und Rechtseigenvektoren modal formuliert. Für jede Parameteränderung wurde die Änderung in den Eigenfrequenzen und -vektoren ermittelt, die Differenzvektoren wurden in einer Sensitivitätsmatrix zusammengefasst. Nach einer Auswahl der sensitiven Parameter standen damit die Eigengrößen des Ausgangsmodells sowie deren Ableitungen nach den Parametern in einer Gradientenmatrix zur Verfügung.

Die Messung erfolgte bei drehendem Rotor durch eine Reihe von über die Länge des Rotors verteilte Wellenschwingungssensoren. Die Anregung erfolgte als Frequenzsweep mit einem Magneterreger, dessen axiale Position am Rotor variiert werden konnte. Aufgrund der Drehzahlabhängigkeit der Gleitlagersteifigkeiten und -dämpfungen musste die Messung nacheinander für verschiedene Rotordrehzahlen durchgeführt werden. Für jede Drehzahl wurden nun die Eigenwerte und -vektoren aus Modellrechnung und Messung verglichen. Die Abweichungen wurden durch Superposition der Spalten der Gradientenmatrix unter Zuhilfenahme der Singulärwertzerlegung minimiert. Die gesuchten Parameter ergaben sich aus der Gewichtung der verwendeten Spalten.

An einem Rotorversuchsstand konnten mit dem Verfahren sehr gute Anpassungsergebnisse erzielt werden. Das Verfahren stützt sich teilweise auf die Untersuchungen von Meyer, welcher sich jedoch vorrangig mit Nichtlinearitäten im Modell auseinandersetzte, vgl. [35].

Link beschreibt ein Verfahren für große, aber schwach gedämpfte Strukturen [36]. Er unterteilte die Struktur in eine Haupt- und mehrere lokale Teilstrukturen. In der Hauptstruktur ließ er globale Modellunsicherheiten zu, die er durch eine Anpassung modaler Parameter korrigierte. Für die Teilstrukturen erfolgte simultan eine Anpassung der physikalischen Modellparameter. Das gemischt physikalisch-modale Modell eignet sich gut für große Strukturen, in welchen unsichere Modellparameter oder Nichtlinearitäten nur an einzelnen Stellen vermutet werden.

Schedlinski stellt zur Modellanpassung komplexer Flugzeugtriebwerkskomponenten ein zweistufiges Verfahren vor [37, 38]. Voraussetzung war eine experimentelle Modalanalyse zur Erfassung der Eigenwerte und -vektoren. Zunächst wurden die Massen- und Steifigkeitsmatrizen anhand der physikalischen Parameter angepasst. Im zweiten Schritt erfolgte eine modale Formulierung des teilweise angepassten Modells, um aus den gemessenen Frequenzgängen eine Anpassung der modalen Dämpfung vorzunehmen.

Feng gibt eine Übersicht über Eingangs- und Ausgangsverfahren zur Modellanpassung und stellt ein Verfahren auf der Basis der Hilfsvariablentechnik vor [39]. Er benutzte zur Parameteridentifikation aus gemessenen Übertragungsfunktionen verschiedene iterative Algorithmen. Das von ihm ausgewählte Minimierungsverfahren basierte auf dem Gauß-Newton-Verfahren unter Verwendung der Hesse-Matrix. Das Verfahren wurde erfolgreich zur Ermittlung der rotordynamischen Koeffizienten eines Dichtspalts an einem Prüfstand getestet.

Schröder beschreibt ein Zeitbereichsverfahren zur Anpassung nichtlinearer Modelle, welches prinzipiell auch für lineare Strukturen im Frequenzbereich anwendbar ist [40]. Er verwendete physikalische Modelle und ermittelte deren Parameter aus einer Betriebsschwingungsanalyse eines Schienenfahrzeugs auf einem Rollprüfstand. Die Identifikation einer großen Anzahl von Parametern erfolgte schrittweise ausgehend vom unteren bis zum gesamten Frequenzbereich. Zur Erhöhung der Schätzgenauigkeit der Parameter wurden die Prozessunsicherheiten sowie die Parameter des Prüfstandes mit identifiziert. Zusätzlich wurde die Identifizierbarkeit jedes Parameters während der Anpassung laufend überprüft.

Die genannten Verfahren befassen sich vornehmlich mit den gemessenen und berechneten Eigengrößen von Strukturen. Das in dieser Arbeit entwickelte Verfahren kann aus Gründen des experimentellen Aufwands auf diese Informationen nicht oder nur teilweise zurückgreifen. Ein Anschlagversuch am Rotor ist als Teil der

Modellvalidierung zumindest in der Einführungsphase des Verfahrens denkbar. Im allgemeinen Fall stehen jedoch für die Modellanpassung lediglich die gemessenen Schwingungsantworten bei Unwuchtanregung zur Verfügung. Eine Ermittlung der Gleitlagerkoeffizienten, wie in [34] beschrieben, ist aufgrund des Platzbedarfs des Magneterregers und der aufwendigen Messsensorik im vorliegenden Fall nicht durchführbar. Auch eine systematische Untersuchung des Unterbaus ist aufgrund der Vielzahl der existenten Maschinenbauformen zu aufwendig.

Die Ausgabe von physikalischen Parametervorstellwerten erscheint in Hinsicht auf die Verwendung bei der Modellierung weiterer Modelle sinnvoll. Eine gemischt modal-physikalische Modellformulierung entspr. [36] kann zur Verringerung der Rechenzeit beitragen. Ein Mitidentifizieren unsicherer Prozessparameter nach [40] wird aufgrund der großen Einflüsse von Unwuchtveränderungen während der Messläufe als sinnvoll erachtet.

Im Folgenden wird ein neues Verfahren vorgestellt, für dessen Entwicklung die oben beschriebenen Verfahren als Anregung dienten. Das Anwendungsgebiet sowie die Art der auftretenden Unsicherheiten beeinflussten dabei in hohem Maß die Verfahrenseigenschaften.

5.3 Modellanpassungsverfahren

Das in Zusammenarbeit mit der Uni Bremen entwickelte Modellanpassungsverfahren benutzt, je nach Anwenderentscheidung, eine physikalische oder teilweise modale Modellbeschreibung. Der Vergleich zwischen berechneten und gemessenen Schwingungsgrößen findet mit Hilfe der Resonanzkurven bei Unwuchtanregung im Frequenzbereich statt. Es handelt sich um ein kombiniertes Verfahren zur Parameter- und Unwuchtidentifikation, dessen Identifikationsschritte sequentiell abgearbeitet werden.

5.3.1 Modellaufbereitung

Die Anpassung des Rotorverhaltens mit Hilfe physikalischer Parameter erfolgt über dessen E-Modul, Dichte sowie über die Variation dort angebrachter Zusatzmassen und -trägheitsmomente. Wird dem Modellanpassungsalgorithmus das Modellreduktionsverfahren vorgeschaltet, können die Rotoreigenschaften auch über die modalen Massen und Steifigkeiten angepasst werden.

Durch die Anpassung physikalischer Parameter können Erfahrungswerte für deren Belegung in zukünftigen Modellen erworben werden. Im Normalfall ist diese Methode auch vorzuziehen, obwohl der Anpassungsgrad meist etwas geringer als bei der Verwendung modaler Parameter ist. Letztere Vorgehensweise empfiehlt sich, wenn vermutet wird, dass das FE-Modell nicht aktuell oder mit globalen Unsicherheiten behaftet ist. Die physikalische Bedeutung der Modellparameter geht allerdings verloren, zudem erhöht sich die Rechenzeit durch die höhere Anzahl von Parametern. Die Anpassung von Federsteifigkeiten und Massen, wie sie im Unterbau zu finden sind, erfolgt in jedem Fall anhand von physikalischen Werten. Ebenso werden die Verläufe der Lagersteifigkeiten und -dämpfungen über der Drehzahl als physikalische Größen in das Verfahren eingepeist und später wieder ausgegeben.

Die Parametrisierung des Modells findet entspr. Glg. (50) statt. Als Verfahrenseingang stehen damit zunächst der Parametervektor \mathbf{p}_0 und die Systemmatrizen $[\mathbf{M}, \mathbf{G}, \mathbf{D}, \mathbf{S}]_0$ des Ausgangsmodells zur Verfügung. Die Teilmatrizen $[\mathbf{M}, \mathbf{G}, \mathbf{D}, \mathbf{S}]_{Diff}$ beschreiben den Einfluss jedes Parameters auf das Rechenmodell.

5.3.2 Aufbereitung der Parameter

Die ggf. hohe Anzahl an Modellparametern sowie deren Drehzahlabhängigkeit bei Gleitlagerung erfordert in Hinblick auf die zu erwartenden Rechenzeiten eine Einschränkung des Suchfelds. Aus diesem Grunde wird eine Vereinfachung der Verstellmöglichkeiten der Gleitlagerkoeffizienten eingeführt.

Für drehzahlkonstante Parameter bedeutet eine reine Verschiebung innerhalb der Grenzen nach oben und unten die einzige Verstellmöglichkeit. Drehzahlabhängige Gleitlagerkoeffizienten können auf weitaus mehr Arten verstellt werden. Das hier vorgestellte Verfahren billigt dem Verlauf der Koeffizienten über der Drehzahl nur zwei Verstellmöglichkeiten zu: Eine Verschiebung nach oben und unten sowie eine Skalierung um den Mittelwert. Abb. 57 zeigt beispielhaft in grün einen skalierten und in rot einen verschobenen Koeffizientenverlauf im Vergleich zum blau dargestellten Originalverlauf über der Drehzahl.

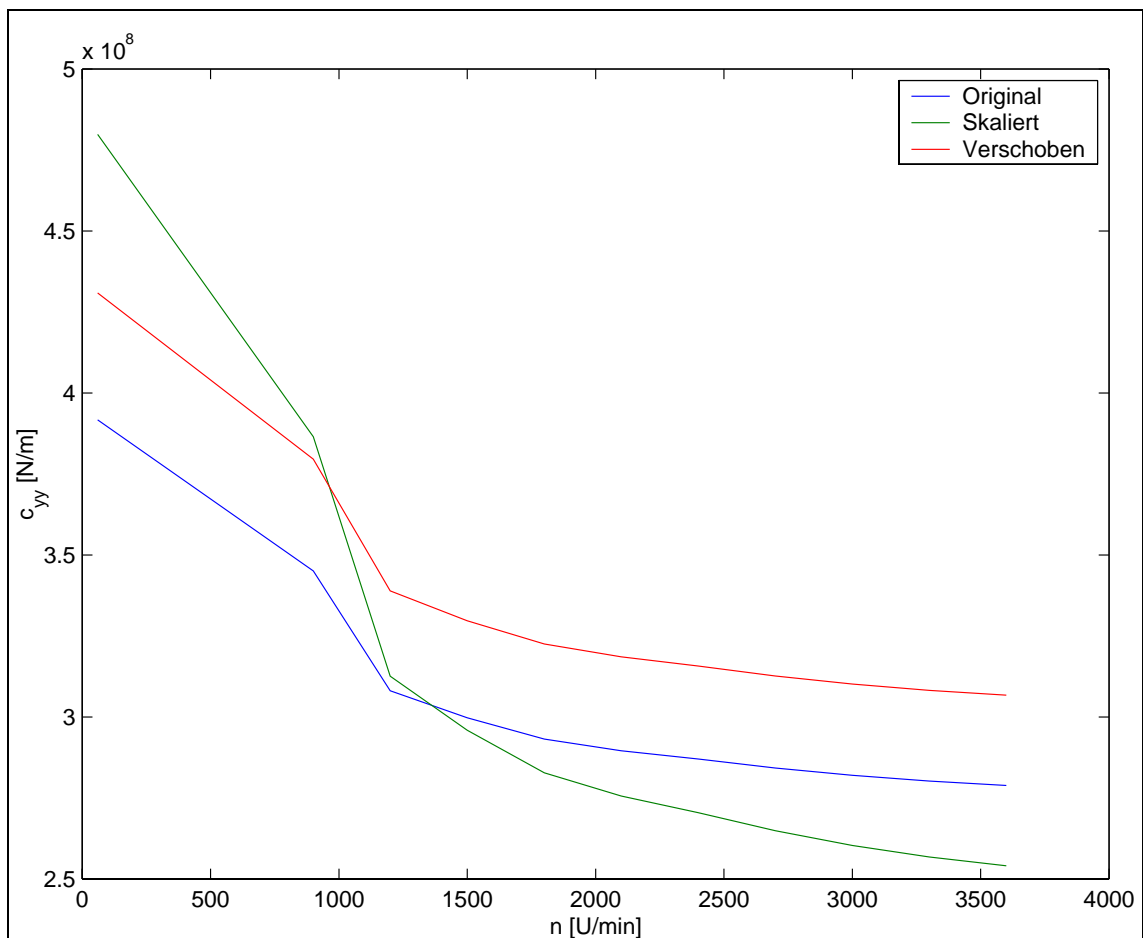


Abbildung 57: Verstellmöglichkeiten für drehzahlabhängige Gleitlagerkoeffizienten

Um physikalisch sinnvolle Parameterendwerte zu garantieren, werden für jeden Parameter Faktoren $fak_{i,min}$ und $fak_{i,max}$ für deren Ober- und Untergrenze vorgegeben. Sowohl bei Parametern, die über dem Drehzahlbereich konstant sind, als auch bei Gleitlagerkoeffizienten handelt es sich hier um skalare Werte. Um bei der Modellanpassung nicht mit physikalischen Werten unterschiedlicher Größenordnung arbeiten zu müssen, werden alle Parameterwerte und ihre Grenzen auf den Wertebereich von -1 bis 1 skaliert:

$$\begin{aligned} p_{i,min} &= p_i \cdot fak_{i,min} \\ p_{i,max} &= p_i \cdot fak_{i,max} \\ p_{i,skal} &= 2 \cdot \frac{p_i - p_{i,min}}{p_{i,max} - p_{i,min}} - 1 \end{aligned} \quad (52)$$

Die Definition der Parametergrenzen für Gleitlagerkoeffizienten erfolgt anhand des Mittelwerts im Drehzahlbereich. Berührt der verschobene oder skalierte Verlauf die obere oder untere Grenze, bezeichnet der dafür nötige Faktor den zulässigen Verschiebungsbereich. Da im Verfahren sowohl eine Verschiebung als auch eine Skalierung vorgenommen werden kann, ist damit zu rechnen, dass der resultierende Verlauf die Ober- oder Untergrenze an einigen Drehzahlwerten überschreitet, ohne dass dies als Verletzung der Grenzen erkannt wird. Der Anwender hat also zu beachten, dass die Bereichseinteilung bei Gleitlagerkoeffizienten nicht starr erfolgt und muss dies bei der Wahl seiner Grenzen berücksichtigen.

5.3.3 Zielfunktional

Das zu minimierende Zielfunktional beschreibt in erster Linie die Diskrepanz zwischen Messung und Rechnung entsprechend Glg. (20). In einigen Fällen ist es hilfreich, die Messwerte dahingehend zu bearbeiten, dass zufällige Einflüsse, die vom Verfahren nicht interpretiert werden können, ausgeschlossen werden.

Eine Runout-Kompensation der Messdaten zur Eliminierung der Unrundheit der Messstelle wird durchgeführt, indem der Schwingwert der ersten Messdrehzahl von den Messdaten subtrahiert wird. Zusätzlich bietet sich in vielen Fällen eine Wichtung der berechneten und gemessenen Schwingwerte an. So können stark fehlerbehaftete Schwingwerte ausgeschlossen und andere betont werden:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{r}}_{mess}^{runout} &= \hat{\mathbf{r}}_{mess} - \mathbf{I} \cdot \hat{\mathbf{r}}_{mess}(\Omega_1) \\ \hat{\mathbf{r}}_{rech}^{wicht} &= \hat{\mathbf{r}}_{rech} \cdot \mathbf{W} \\ \hat{\mathbf{r}}_{mess}^{wicht} &= \hat{\mathbf{r}}_{mess} \cdot \mathbf{W} \end{aligned} \quad (53)$$

Die diagonal besetzte Wichtungsmatrix \mathbf{W} ist dazu sinnfälligerweise zu belegen. Verzichtet man auf dieses Vorgehen, verlängert ein bleibender Anteil im Fehlerfunktional u.U. die Iterationszeiten.

Neben der Anpassung der berechneten an die gemessenen Schwingungen enthält das Zielfunktional einen Fehleranteil, welcher die Einhaltung der physikalisch sinnvollen Grenzen bewertet. Werden die Parametergrenzen verletzt, erhöht sich der Funktionalwert als quadratische Funktion der Parameterverstellung:

$$\begin{aligned} J(\mathbf{p}) &= \frac{\| \hat{\mathbf{r}}_{rech}(\mathbf{p}) - \hat{\mathbf{r}}_{mess} \|}{\| \hat{\mathbf{r}}_{mess} \|} \\ J(\mathbf{p}) &= J(\mathbf{p}) \cdot \prod_{i=1}^{n_i} p_i^2 \quad \forall \quad \| p_i \| > 1 \end{aligned} \quad (54)$$

Dieses weiche Kriterium wurde gewählt, da dem Anwender in den meisten Fällen die genauen Grenzen der physikalischen Plausibilität nicht bekannt sein dürften.

5.3.4 Unwuchtidentifikation

Der Anregungsvektor mit den gesetzten Unwuchten $\hat{\mathbf{u}}_0$ wird dem Verfahren eingangs übergeben, es muss jedoch auch dort mit Unsicherheiten gerechnet werden. Der unbekannte Anregungsvektor der Messung $\hat{\mathbf{u}}_{mess}$ unterscheidet sich von dem gesetzten Testgewicht um die Unwuchten, die während des Messlaufs durch Setzung oder Läuferverkrümmung entstanden sind.

Es wird deshalb eine Unwuchtidentifikation mit einer berechneten Einflusszahlenmatrix $\hat{\mathbf{E}}$ und dem gemessenen Schwingungsvektor $\hat{\mathbf{r}}_{mess}$ durchgeführt. Es wird dazu das im Kapitel „Unwuchtidentifikation“ vorgestellte Prozedere verwendet. Es werden, je nach Anwenderentscheidung, die verwendeten Auswuchtebenen oder auch zusätzliche Knoten zugelassen. Das Ergebnis der Unwuchtidentifikation $\hat{\mathbf{u}}_{reko}$ reduziert das Residuum δ um den Anteil, welcher mit der aktuellen Modellcharakteristik erklärbar ist.

5.3.5 Anpassungsalgorithmus

Ein reines Suchverfahren, welches die Parameter in einer zu wählenden Reihenfolge nacheinander anpasst, minimiert zügig das Residuum. Auf diese Art werden jedoch bei einem mehrdeutigen Lösungsraum die Parameter in einer ungünstigen Konstellation verstellt: Der erste gewählte Parameter ist i.A. für die größte Verringerung des Residuums verantwortlich und absteigend die nächsten. Eine so gefundene Parameterkonstellation ist meist nicht in der Lage, andere Anregungsfälle befriedigend abzubilden.

Ein reines Gradientenverfahren bildet nacheinander für jeden Parameter die Ableitung des zu minimierenden Funktionals und verstellt simultan alle Parameter mit einer zu wählenden Schrittweite in Richtung des so gewonnenen Gradientenvektors. Diese Vorgehensweise hat nur dann Erfolg, wenn die Ableitungen sich gegenseitig wenig beeinflussen. Falls sich die Richtungen der Parametergradienten durch die Kombination mit anderen Parametern verändern, bewegt sich das Verfahren nur mit sehr kleinen Schrittweiten voran, die Minimierung des Funktionals durch den einen Parameter wird durch andere Parameter wieder aufgehoben.

Im vorliegenden Fall existiert eine große Anzahl von Parametern, von denen sich einige gegenseitig beeinflussen. Es wird deshalb eine sinnvolle Kombination von einem Such- und Gradientenverfahren vorgestellt. Die Verfahrensphilosophie besteht darin, die Verringerung des Residuums nicht auf einige einflussreiche Parameter zu konzentrieren, sondern auf alle relevanten Parameter zu verteilen. Damit erhöht sich die Wahrscheinlichkeit, bei anderen Anregungsfällen eine ähnliche Modellgüte wie im Anpassungsfall zu erreichen. Zusätzlich muss eine akzeptable Minimierung des Residuums innerhalb sinnvoller Rechenzeiten ermöglicht werden.

Die Parameter werden dazu anhand ihrer physikalischen Bedeutung geordnet, zunächst werden drehzahlkonstante, dann drehzahlabhängige Parameter berücksichtigt. Von den drehzahlkonstanten Parametern werden zunächst E-Modul und Dichte oder modale Massen und Steifigkeiten, dann die Federsteifigkeiten und danach

die Massen angepasst. Bei den Federsteifigkeiten wird zudem die y-Richtung vor der z-Richtung angepasst. Mit Gleitlagersteifigkeiten und -dämpfungen wird ebenso verfahren, bei Magnetlagerung werden zunächst die k_i und danach die k_x aller Lager berücksichtigt.

Die Minimierung von J erfolgt nacheinander für jede Gruppe von Parametern über ein Gradientenverfahren, für jeden zugehörigen Parameter wird der numerische Gradient über einen Differenzenquotienten bestimmt:

$$\frac{\partial J(\mathbf{p})}{\partial p_i} = \frac{J(\mathbf{p}) - J(\mathbf{p} + \Delta \mathbf{p}_i)}{\Delta p_i}, \quad (55)$$

wobei \mathbf{p} den aktuellen Parametervektor bezeichnet und $\Delta \mathbf{p}_i$ einen Nullvektor der Länge von \mathbf{p} , welcher an der i-ten Stelle die Veränderung des Parameters Δp_i enthält. Um lokalen Minima auszuweichen, wird die Größe der Veränderung Δp_i auf sechs Arten bestimmt, $a = 10\%$, $a = 30\%$ und $a = 90\%$ des Abstands zur unteren und oberen Parametergrenze:

$$\begin{aligned} \Delta p_{i,k} &= p_i - a_k \cdot (-1 - p_i) \\ \Delta p_{i,k} &= p_i + a_k \cdot (1 - p_i) \end{aligned} \quad (56)$$

Die Veränderung, welche die größte Verringerung von J bewirkt, wird zur Gradientenbildung in Glg. (55) eingesetzt. Falls sich keine oder zu geringe Verbesserungen erreichen lassen, wird der betreffende Parameter ignoriert. Der Gradientenvektor $\frac{\partial J(\mathbf{p})}{\partial \mathbf{p}}$ wird nun zur Bestimmung des neuen Parametervektors verwendet, wobei nur die Einträge der entspr. Parametergruppe verstellt werden:

$$\mathbf{p}_{t,iter+1} = \mathbf{p}_{t,iter} - \beta \cdot \frac{\partial J(\mathbf{p}_t)}{\partial \mathbf{p}}, \quad (57)$$

die optimale Schrittweite β wird über eine Variationsrechnung unter Auswertung des Funktionals J bestimmt. Die Parameter- und Unwuchtidentifikation erfolgt schrittweise, so dass das Identifikationsergebnis jedes Parameters vom Verstellwert der restlichen Parameter beeinflusst wird, gleiches gilt für die Unwuchten. Nach erfolgter Anpassung ist es sinnvoll, den optimalen Verstellwert jedes Parameters einzeln zu prüfen, um gegenseitige Abhängigkeiten zu verringern. Eine praktikable Herangehensweise stellt hier das *In-line-search* - Verfahren dar. Ausgehend vom aktuellen Verstellwert jedes Parameters wird dieser in 10% - Schritten bis zur oberen und unteren Parametergrenze variiert. Auf diese Art wird der Verstellwert ermittelt, welcher das Residuum am meisten verringert:

$$\begin{aligned} \Delta J(\mathbf{p}_i, a_k) &= J(\mathbf{p} + \Delta \mathbf{p}_{i,k}) \quad \text{mit dem Nullvektor } \Delta \mathbf{p}_{i,k}, \text{ der} \\ &\quad \text{an i-ter Stelle den Eintrag} \\ \Delta p_{i,k,unten} &= p_i - a_k \cdot (-1 - p_i) \quad \text{für die Verstellung nach unten, bzw.} \\ \Delta p_{i,k,oben} &= p_i + a_k \cdot (1 - p_i) \quad \text{für die Verstellung nach oben besitzt.} \\ a_k &= 0 : 10\% : 100\% \end{aligned} \quad (58)$$

Weiterhin ist die Kenntnis des Parametereinflusses auf den Vergleich zwischen Messung und Rechnung nach erfolgter Parameter- und Unwuchtanpassung hilfreich, um die physikalische Bedeutung des Anpassungsergebnisses beurteilen zu können. Zu diesem Zweck werden die Parameter und die gefundenen Unwuchten nacheinander

auf ihren ursprünglichen Wert zurückgesetzt. Die Differenz des sich ergebenden Residuums zum Residuum des Anpassungsergebnisses gibt Aufschluss über die Relevanz der jeweiligen Änderung:

$$\Delta J(\mathbf{p}, i) = J(\mathbf{p}_{i0}) - J(\mathbf{p}) \quad (59)$$

Dort wurde der Parametervektor \mathbf{p}_{i0} eingesetzt, welcher sich aus dem Parametervektor \mathbf{p} mit dem ursprünglichen Eintrag p_{i0} an der i-ten Stelle zusammensetzt. Falls sich bei einem Parameter eine zu kleine Verbesserung oder gar eine Verschlechterung des Anpassungsergebnisses ergibt, wird die Parameterverstellung aufgehoben.

5.3.6 Verfahrensablauf

Zunächst werden das Modell und die Parameter in der geschilderten Form aufbereitet, die Ausgangs- und Differenzmatrizen, der skalierte Parametervektor, die gemessenen Schwingungen sowie der Anregungsvektor werden dem Modellanpassungsalgorithmus zugeführt. Zusätzlich werden vom Anwender gewählte Abbruchkriterien in Form von einer Zielvorgabe bezüglich der Anpassungsgüte δ_A und einer Maximalanzahl von Iterationsschritten $iter_{max}$ bereitgestellt.

Die erste Iteration der Modellanpassung beginnt mit der Parameteridentifikation nach Glgn. (55 - 57). Die Parameter werden nacheinander in der oben beschriebenen Reihenfolge behandelt. In der ersten Iteration wird die Parameterverstellung in Glg. (57) über die Schrittweite β so eingeschränkt, dass lediglich $e = 30\%$ der mit der jeweiligen Parametergruppe erreichbaren Verbesserung in der Schwingungsanpassung auch tatsächlich realisiert werden. Auf diese Art wird verhindert, dass Parameter, welche in der gewählten Reihenfolge an oberer Stelle stehen, bevorzugt behandelt werden.

Nach erfolgter Parameteranpassung endet der erste Iterationsschritt mit einer Unwuchtidentifikation. Da mit einem fließenden Übergang zwischen Parametereinfluss und Unwuchteinfluss zu rechnen ist, wird auch die identifizierte Änderung der Unwucht zur im Testlauf gesetzten Testunwucht im Rechenmodell nur teilweise übernommen:

$$\hat{\mathbf{u}}_1 = \hat{\mathbf{u}}_0 + e \cdot \hat{\mathbf{u}}_{reko} \quad (60)$$

Nun wird zur zweiten und den nächsten Iterationen übergegangen, wobei der Anteil der akzeptierten Schwingungsverbesserung von $e = 30\%$ auf $e = 50\%$, $e = 70\%$, und $e = 90\%$ gesteigert wird. Ab der fünften Iteration wird die gesamte erreichbare Schwingungsverbesserung auch realisiert, der Anpassprozess ist dann meist soweit abgeschlossen, dass nur noch marginale Verbesserungen in der Höhe des Residuums möglich sind. Nachdem das Residuum auf das erreichbare Maß verringert wurde oder die maximale Anzahl an Iterationen durchgeführt wurde, wird der Anpassalgorithmus abgebrochen. Im Anschluss werden das *In-line-search* - Verfahren, Glg. (58) sowie die Beurteilung des Parametereinflusses, Glg. (59) durchgeführt. Abb. 58 verdeutlicht das Prozedere:

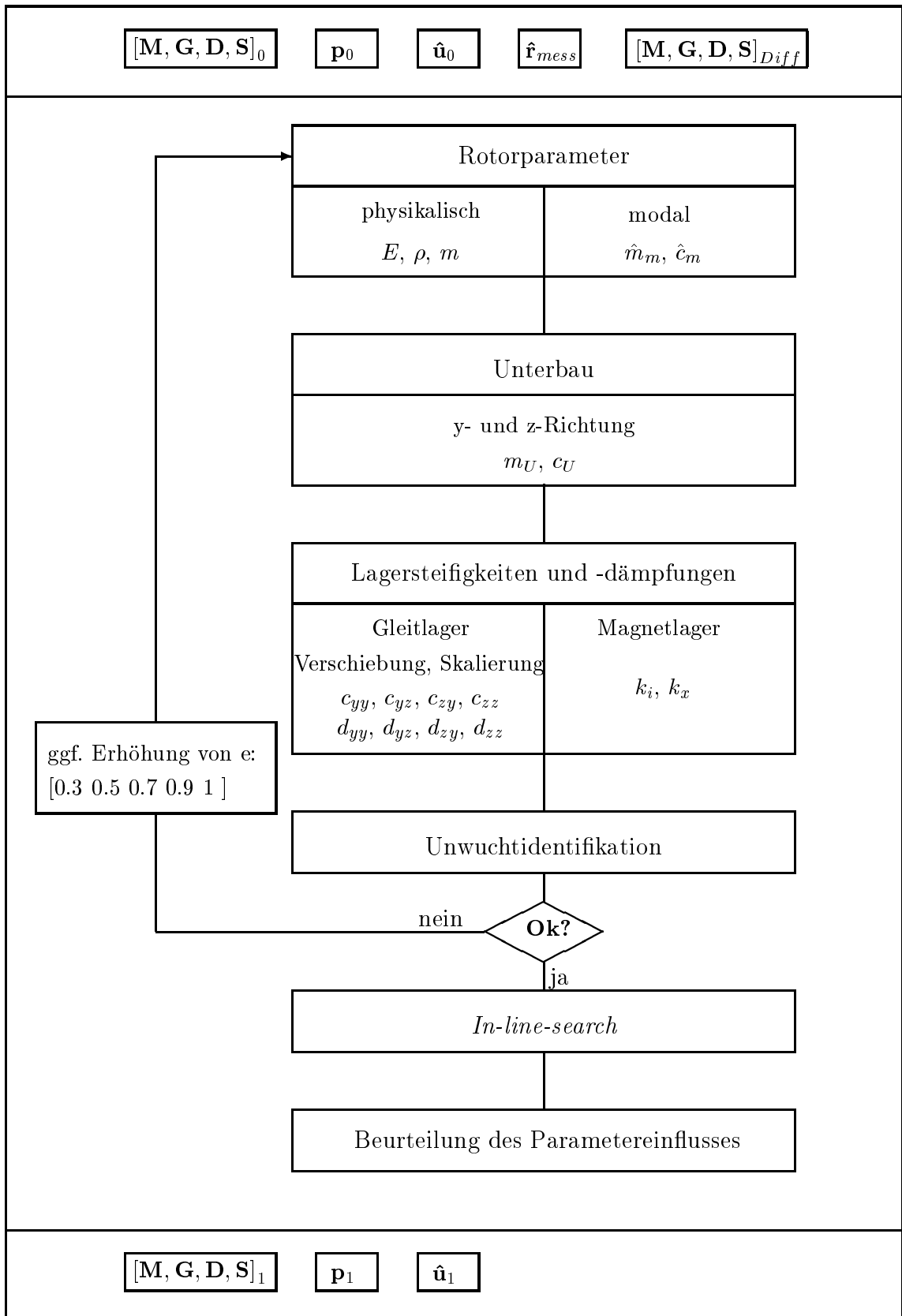


Abbildung 58: Ablaufdiagramm des Modellanpassungsverfahrens

5.4 Numerische Simulation

5.4.1 Einführung

Die Numerische Simulation umfasste aufgrund der Unterschiedlichkeit der Lagerungsarten sowohl eine Gleit- als auch eine Magnetlagermaschine. Hierfür wurden die Modelle der Maschinen „Gleitlast“ und „Magnetlast“ herangezogen. Da, wie eingangs erwähnt wurde, ein großer Teil der Unsicherheiten bei dem Vergleich zwischen Messung und Rechnung aus der Anregung stammt, wurden jeweils sowohl die Parameter also auch die Unwuchten verstellt. Zusätzlich wurde die Messung mit einem relativen und additiven Rauschen überlagert, um möglichst reale Verhältnisse zu simulieren. Das Anpassungsergebnis wurde den gesuchten Parametern und Unwuchten gegenübergestellt. Zusätzlich wurde durch die Simulation eines zweiten Anregungsfalls mit den gleichen gesuchten Parametern untersucht, welchen Erklärungsbeitrag die identifizierte Parameterkonstellation bei erneut verstellten Unwuchten besitzt.

5.4.2 Unwuchten

Für jede der beiden Maschinen wurden fünf Rotorknoten zur Unwuchtidentifikation freigegeben. Bei der Maschine „Gleitlast“ handelt es sich hierbei um den ersten und letzten Rotorknoten sowie die Knoten von drei an der realen Maschine vorhandenen Auswuchtebenen. Bei der Maschine „Magnetlast“ wurden wieder die gleichen Ebenen wie in der Numerischen Simulation zur Unwuchtidentifikation verwendet. Die Tabellen 10 und 11 zeigen die angenommenen Unwuchtverteilungen in den jeweils zwei Anregungsfällen für jede Maschine. Die Bezeichnungen k, m und g stehen wie bei der Unwuchtidentifikation für kleine, mittlere und große Gewichtssetzungen, welche jeweils einen maximalen Schwingungsausschlag von 50, 100 bzw 150 μm p-p verursachen.

Anregungsfall	Ebene 1	Ebene 2	Ebene 3	Ebene 4	Ebene 5
1	m 90°		m 0°		
2		g 270°		k 90°	m 0°

Tabelle 10: Verteilung der Unwuchten bei der Maschine „Gleitlast“.

Anregungsfall	Ebene 1	Ebene 2	Ebene 4	Ebene 6	Ebene 9
1	g 0°				m 0°
2		g 90°		g 270°	

Tabelle 11: Verteilung der Unwuchten bei der Maschine „Magnetlast“.

5.4.3 Parameter

Die Güte der Parameteranpassung wurde anhand der Verstellung von E-Modul und Dichte der Rotorwerkstoffe sowie anhand der Lagerungsparameter untersucht. Bei der Magnetlagermaschine erfolgt die Anpassung der Lagerparameter auf sehr unproblematische Art und Weise: die Steifigkeits- und Dämpfungsverläufe werden allein von den Magnetlagerparametern k_i und k_x gesteuert. Bei der Gleitlagermaschine existiert eine Vielzahl von Parametern, von denen aus Übersichtlichkeitsgründen nur einige ausgewählt wurden: c_{yy} und c_{zz} sowie d_{yy} und d_{zz} an beiden Lagerungsstellen. Um die Ergebnisse anschaulich vergleichen zu können, wurde die Verstellung der Parameterverläufe über der Drehzahl und auch das Suchfeld des Anpassungsalgorithmus auf die Verschiebung beschränkt.

Neben der Parameterverstellung wurden die Anregungsunwuchten mit zusätzlichen, stochastisch erzeugten Störnunwuchten überlagert, deren maximaler Betrag als Prozentsatz ϵ_u der Norm der Anregungsunwuchten bestimmt wurde. Dieses Vorgehen bei der Verstellung des Anregungsvektors entspricht dem bei der Erzeugung des additiven Rauschens bei den Schwingungsverläufen:

$$\begin{aligned} \hat{u}_{i,\delta} &= \hat{u}_i + \epsilon_u \cdot \hat{z} \cdot \|\hat{\mathbf{u}}\| \text{ mit} \\ -1 \leq \operatorname{Re}\{\hat{z}\} \leq 1, \quad -j \leq \operatorname{Im}\{\hat{z}\} \leq j \end{aligned} \quad (61)$$

Die Schwingungsverläufe des Messmodells wurden mit einem additiven und relativen Rauschen entspr. Glgn. (44) und (45) überlagert, dieses wurde simultan in 5%-Schritten von 0 bis 100% variiert.

Bei beiden Maschinen wurden im Messmodell jeweils 3 Parameterkonstellationen (PK) inkl. der verstellten Unwuchten realisiert. Die erste Konstellation der Gleitlagermaschine bestand lediglich aus der Verstellung des E-Moduls bis an sein Maximum sowie der Unwuchtverstellung um $\epsilon_u = 10\%$ der größten Unwucht. Bei der zweiten Konstellation wurde der E-Modul auf sein Minimum, die Dichte auf ihr Maximum verstellt. Die Lagersteifigkeiten und -dämpfungen wurden auf das Maximum in der y-Richtung und auf das Minimum in der z-Richtung gesetzt. Auch hier wurde das $\epsilon_u = 10\%$ zur Verstellung der Unwuchten verwendet. Die dritte Parameterkonstellation wurde durch Zufallswerte erzeugt, die Unwuchtverstellung wurde mit $\epsilon_u = 15\%$ durchgeführt, Tab. 12 zeigt die verwendeten Werte:

PK	E	ρ	$c_{yy,A}$	$c_{zz,A}$	$d_{yy,A}$	$d_{zz,A}$	$c_{yy,B}$	$c_{zz,B}$	$d_{yy,B}$	$d_{zz,B}$	ϵ_u
1	1										.1
2	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	.1
3	-.925	.114	.453	-.196	-.327	.582	.358	-.851	-.697	.884	.15

Tabelle 12: Parameterkonstellationen bei der Maschine „Gleitlast“.

Bei der Magnetlagermaschine erfolgte die Wahl der Parameterkonstellationen auf ähnliche Weise. In der ersten Konstellation wurden der E-Modul und die Unwuchten verstellt. In der zweiten Konstellation erfolgte die Verstellung aller Parameter in die Richtung eines steiferen Modells. Auch hier wurde die dritte Konstellation mit Zufallswerten und einer stärker verstellten Unwucht erzeugt, vgl. Tab. 13.

PK	E	ρ	k_i AS	k_x AS	k_i BS	k_x BS	k_i RG	k_x RG	ϵ_u
1	1								.1
2	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	.1
3	-.595	-.169	-.604	.665	-.306	-.129	.969	.101	.15

Tabelle 13: Parameterkonstellationen bei der Maschine „Magnetelast“.

5.4.4 Auswertung

Gleitlagermaschine

In Abb. 59 sind die Anfangs- und Endfehler, δ_{anf} und δ_{end} bei der Modellanpassung der Gleitlagermaschine dargestellt, die in Anlehnung an Glg. (20) vor und nach der Anpassung ermittelt wurden. Auf der linken Seite und in der Mitte befinden sich die Grafiken für den ersten Anregungsfall, mit welchem sowohl eine Parameter- als auch eine Unwuchtidentifikation durchgeführt wurde. Rechts stehen die Grafiken des zweiten Anregungsfalls, bei dem die identifizierten Parameter im Rechenmodell beibehalten und nur die Unwuchten neu verstellt wurden. Untereinander befinden sich die Grafiken für die drei Parameterkonstellationen.

Der Schwingungsvektor $\hat{\mathbf{r}}_{rech}(\mathbf{p}_0, \hat{\mathbf{u}}_{0,1})$ des ersten Anregungsfalls wurde mit den Ausgangsparametern \mathbf{p}_0 und der unverstellten Unwucht $\hat{\mathbf{u}}_{0,1}$ erzeugt. Der Messvektor $\hat{\mathbf{r}}_{mess}^\delta(\mathbf{p}_{ges}, \hat{\mathbf{u}}_1^\delta)$ mit den gesuchten Parametern \mathbf{p}_{ges} und den verstellten Unwuchten $\hat{\mathbf{u}}_1^\delta$ wurde mit dem additiven und relativen Rauschen überlagert. Nach der Anpassung wurde der Schwingungsvektor $\hat{\mathbf{r}}_{rech}(\mathbf{p}_1, \hat{\mathbf{u}}_{1,1})$ mit den identifizierten Parametern \mathbf{p}_1 und Unwuchten $\hat{\mathbf{u}}_{1,1}$ erzeugt. Der Anfangs- und Endfehler des ersten Anregungsfalls berechnet sich demnach zu:

$$\begin{aligned}\delta_{anf} &= \frac{\| \hat{\mathbf{r}}_{rech}(\mathbf{p}_0, \hat{\mathbf{u}}_{0,1}) - \hat{\mathbf{r}}_{mess}^\delta(\mathbf{p}_{ges}, \hat{\mathbf{u}}_1^\delta) \|}{\| \hat{\mathbf{r}}_{mess}^\delta(\mathbf{p}_{ges}, \hat{\mathbf{u}}_1^\delta) \|} \\ \delta_{end} &= \frac{\| \hat{\mathbf{r}}_{rech}(\mathbf{p}_1, \hat{\mathbf{u}}_{1,1}) - \hat{\mathbf{r}}_{mess}^\delta(\mathbf{p}_{ges}, \hat{\mathbf{u}}_1^\delta) \|}{\| \hat{\mathbf{r}}_{mess}^\delta(\mathbf{p}_{ges}, \hat{\mathbf{u}}_1^\delta) \|}\end{aligned}\quad (62)$$

Um den Einfluss des Rauschens auf die Schwingungsnormen zu zeigen, wurde der vom Rauschen bereinigte Endfehler als schwarze Sternlinie dargestellt. Dieser Fehler $\delta_{end,R}$ wurde nach der Anpassung aus der Abweichung der berechneten Schwingungen bezüglich des unverrauschten Messlaufs gebildet:

$$\delta_{end,R} = \frac{\| \hat{\mathbf{r}}_{rech}(\mathbf{p}_1, \hat{\mathbf{u}}_{1,1}) - \hat{\mathbf{r}}_{mess}^\delta(\mathbf{p}_{ges}, \hat{\mathbf{u}}_1^\delta) \|}{\| \hat{\mathbf{r}}_{mess}^\delta(\mathbf{p}_{ges}, \hat{\mathbf{u}}_1^\delta) \|}\quad (63)$$

Auf der rechten Seite wurde der Anfangsfehler δ_{anf} mit den Ausgangsparametern \mathbf{p}_0 und den unverstellten Unwuchten $\hat{\mathbf{u}}_{0,2}$ des zweiten Anregungsfalls aus dem Vergleich zur Messung $\hat{\mathbf{r}}_{mess}^\delta(\mathbf{p}_{ges}, \hat{\mathbf{u}}_2^\delta)$ erzeugt. Die Differenz zum Fehler $\delta_{anf,1}$ charakterisiert die Modellverbesserung, die mit den im ersten Anregungsfall gefundenen Parametern \mathbf{p}_1 erreicht wurde:

$$\delta_{anf,1} = \frac{\| \hat{\mathbf{r}}_{rech}(\mathbf{p}_1, \hat{\mathbf{u}}_{0,2}) - \hat{\mathbf{r}}_{mess}^\delta(\mathbf{p}_{ges}, \hat{\mathbf{u}}_2^\delta) \|}{\| \hat{\mathbf{r}}_{mess}^\delta(\mathbf{p}_{ges}, \hat{\mathbf{u}}_2^\delta) \|}\quad (64)$$

Die Fehler δ_{end} und $\delta_{end,R}$ wurden in gleicher Weise nach der Unwuchtidentifikation aus dem Vergleich mit dem verrauschten und unverrauschten Messlauf generiert.

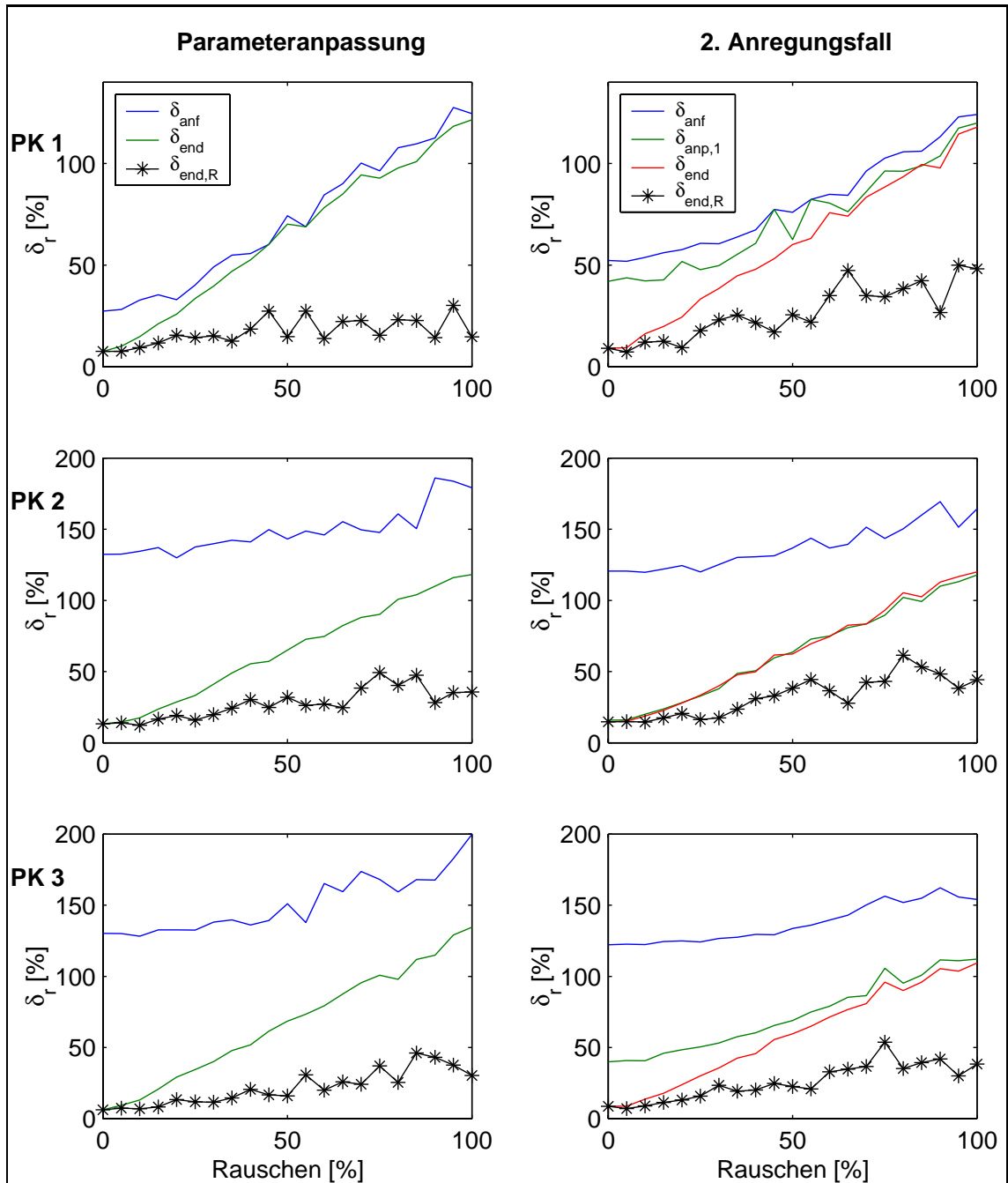


Abbildung 59: Anfangs- und Endfehler bei der Numerischen Simulation des Modell Anpassungsverfahrens für Gleitlagermaschinen

Abb. 60 zeigt die zugehörigen Ergebnisse der Parameteridentifikation (links) sowie der Unwuchtidentifikation (Mitte) des ersten Anregungsfalls sowie die der Unwuchtidentifikation des zweiten Anregungsfalls (rechts). Die identifizierten Parameter sind als Balkendiagramme in ihrer skalierten Form zwischen -1 und 1 dargestellt. Die x-Achse bezieht sich auf die Parameternr. aus Tab. 12. Die Ergebnisse bei ansteigendem Rauschen sind jeweils farblich abgestuft nebeneinander gruppiert. Ein breiter Balken bezeichnet demnach einen Parameter, welcher bei jedem Rauschniveau in der gleichen Art identifiziert wurde, aus Gründen der Übersichtlichkeit wurden die Ergebnisse nur in 20%-Schritten dargestellt.

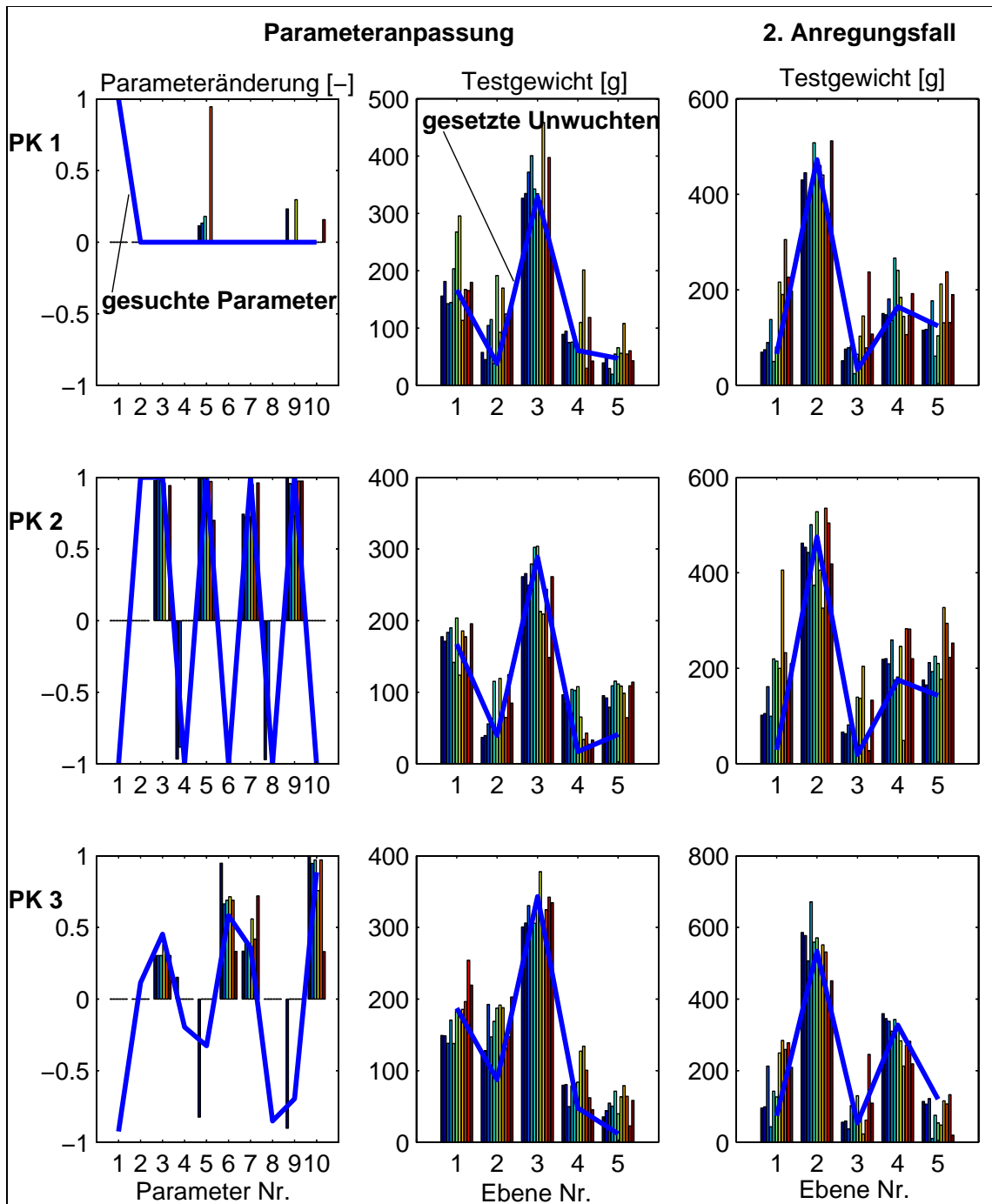


Abbildung 60: Anpassung der Parameter und Unwuchten bei der Numerischen Simulation des Modellanpassungsverfahrens für Gleitlagermaschinen

In gleicher Art und Weise wurden die Beträge der identifizierten Unwuchten in den mittleren und rechten Grafiken aufgetragen, die x-Achse bezeichnet hier die verwendeten Auswuchtebenen nach Tab. 10. In allen Grafiken wurden die gesuchten Parameter und Unwuchten als blaue Linie aufgetragen.

In der ersten Parameterkonstellation, vgl. obere Grafiken Abb. 59 und 60 wurde zur Erzeugung des Messmodells lediglich der E-Modul verstellt. Bei der Maschine „Gleitlast“ hatte dieser nur einen geringen Einfluss auf die Modellcharakteristik. Aus diesem Grund wurde die Schwingungsabweichung vor der Parameteranpassung

von der Verstellung der Unwuchten dominiert. Der erreichte Restfehler, Abb. 59 oben links, wird vom Rauschanteil der Schwingungssignale dominiert, der bereinigte Fehler bewegt sich zwischen $\delta = 10 - 20\%$. Der E-Modul wurde nicht identifiziert, die gefundenen Parameter, Abb. 60 oben links, setzen sich komplett aus anderen Parametern zusammen, die einen ähnlichen Einfluss auf das Schwingungsverhalten hatten. Die Unwuchten, in der mittleren Grafik dargestellt, wurden in zufriedenstellendem Maße rekonstruiert. Erwartungsgemäß wurde der Fehler zwischen Messung und Rechnung beim zweiten Anregungsfall, Abb. 59 oben rechts, nur in geringem Maße durch die gefundenen Parameter verringert, insgesamt steigt der bereinigte Restfehler mit dem Rauschanteil. Die Ursache dafür liegt in der Rekonstruktion der Unwuchten, Abb. 60 oben rechts, welche insgesamt in zufriedenstellender Weise und mit steigendem Rauschniveau etwas schlechter verlief.

In der zweiten Parameterkonstellation wurden die Lagerparameter in ihrer Reihenfolge alternierend bis zur oberen bzw. zur unteren Grenze verstellt. Der Anfangsfehler ist durch den hohen Einfluss der Lagerung auf die Charakteristik der Schwingungen ungleich höher als im oben beschriebenen Fall. Der bereinigte Restfehler im ersten Anregungsfall steigt mit dem Rauschen etwas stärker an, die Grafik Mitte links in Abb. 60 zeigt, dass die Parameteridentifikation nicht für alle Parameter, bzw. Rauschniveaus in gleicher Weise erfolgreich verlief. Der Erklärungsbeitrag der identifizierten Parameter ist im zweiten Anregungsfall jedoch sehr hoch, vgl. Abb. 59 Mitte rechts. Durch die Unwuchtidentifikation wurde der Schwingungsfehler δ_{end} nicht weiter verringert, der bereinigte Restfehler $\delta_{end,R}$ bewegt sich auf einem ähnlichen Niveau wie im ersten Anregungsfall. Erklärt wird der Unterschied zur ersten Parameterkonstellation durch den Vergleich der identifizierten Unwuchten, vgl. Abb. 60 Mitte und rechts, welche etwas weniger mit den gesuchten Unwuchten übereinstimmen.

In der dritten Parameterkonstellation wurden die Parameter in zufälliger Weise verstellt, die Unwuchten wurden etwas stärker verändert. Der Anfangsfehler stimmte in etwa mit dem der zweiten Parameterkonstellation überein, vgl. Abb. 59 links, Mitte und unten. Auch die Parameter- und Unwuchtidentifikation verlief mit etwa gleicher Genauigkeit. Die Verbesserung, die durch die identifizierten Parameter im zweiten Anregungsfall erzielt wurde, fiel erwartungsgemäß etwas geringer aus, da die Verstellung der Parameter geringer und die der Unwuchten höher als bei der zweiten Parameterkonstellation vorgenommen wurde. Die Unwuchtidentifikation verringerte den Schwingungsfehler bzgl. des verrauschten Messlaufs, der bereinigte Fehler befand sich wie bei der zweiten Parameterkonstellation zwischen $\delta = 10 - 50\%$.

Magnetlagermaschine

Die Numerische Simulation der Modellanpassung der Maschine „Magnetelast“ verlief ähnlich wie bei der Gleitlagermaschine. Der Anfangsfehler δ_{anf} lag global etwas niedriger, die Endfehler δ_{end} und $\delta_{end,R}$ befanden sich auf etwa gleicher Höhe, vgl. Abb. 61. Die Gegenüberstellung der gesuchten und identifizierten Unwuchtsetzungen in Abb. 62 Mitte und rechts zeigt insgesamt ein zufriedenstellendes Ergebnis mit leichtem Abfall der Genauigkeit über dem Rauschen.

In der ersten Parameterkonstellation wurde der E-Modul durch den Anpassungsalgorithmus gefunden, zusätzlich wurden weitere Parameter mit ähnlichem Einfluss auf das Schwingungsverhalten identifiziert, vgl. Abb. 62 links oben. Der Schwin-

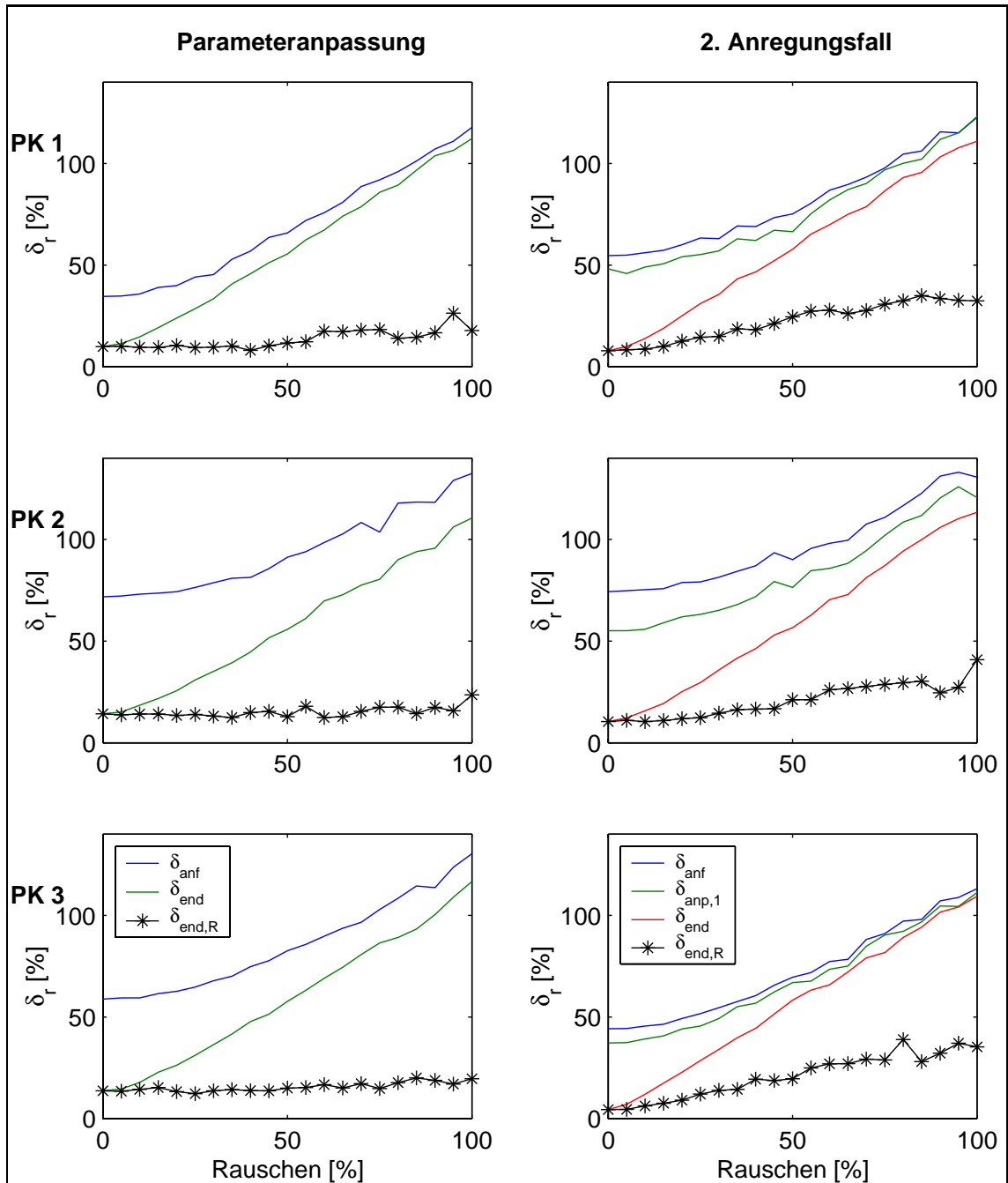


Abbildung 61: Anfangs- und Endfehler bei der Numerischen Simulation des Modellanpassungsverfahrens für Magnetlagermaschinen

gungsfehler, der durch die Verstellung des E-Moduls hervorgerufen wurde, hatte wie bei der Gleitlagermaschine nur einen kleinen Anteil am Gesamtfehler. Der Anfangsfehler des zweiten Anregungsfalls konnte deshalb durch die identifizierten Parameter nur geringfügig verkleinert werden. Die identifizierten Unwuchten stimmten in beiden Anregungsfällen gut mit den Unwuchten des Messmodells überein, so dass der bereinigte Endfehler auf ein zufriedenstellendes Maß reduziert werden konnte.

In der zweiten Parameterkonstellation wurden vor allem die k_i gut identifiziert, da sie den größten Einfluss auf die Lagersteifigkeiten und das Schwingungsverhalten hatten. Der Ausgangsfehler und die Verbesserung, welche durch die Parameteridenti-

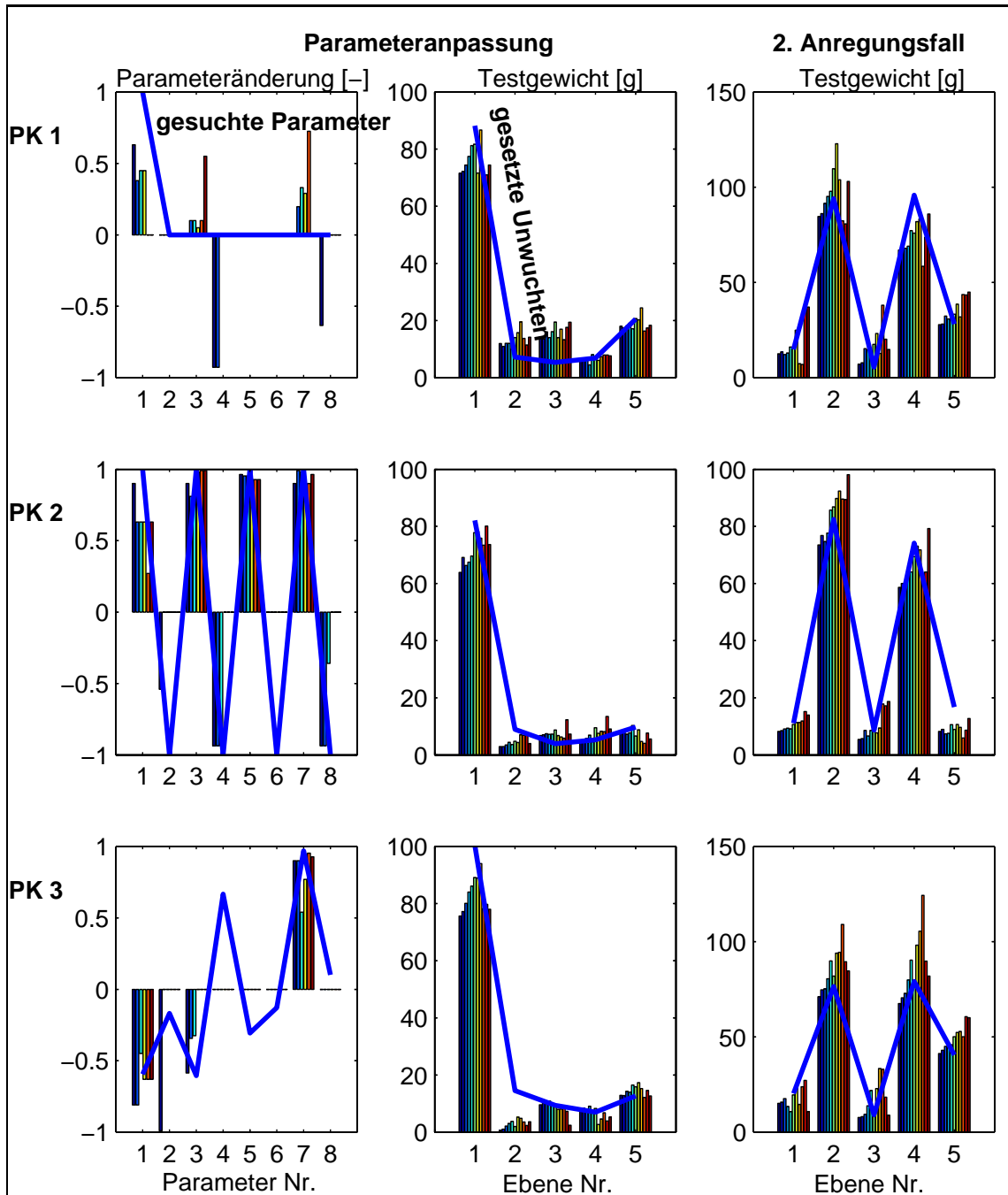


Abbildung 62: Anpassung der Parameter und Unwuchten bei der Numerischen Simulation des Modell Anpassungsverfahrens für Magnetlagermaschinen

fikation realisiert wurde, waren dadurch deutlich größer als in der ersten Parameterkonstellation. Die Unwuchten wurden in beiden Anregungsfällen gut rekonstruiert, die bereinigten Endfehler waren etwa so hoch wie bei der ersten Parameterkonstellation.

In der dritten Parameterkonstellation wurden wie bei der Gleitlagermaschine nicht alle Parameter gefunden, insgesamt war der Anteil des parameterbedingten Schwingungsfehlers durch die stärker verstellten Unwuchten nur etwa so hoch wie bei der ersten Parameterkonstellation. Abb. 61 zeigt deshalb den Erklärungsbeitrag für den zweiten Anregungsfall in ähnlicher Höhe. Die Unwuchtidentifikation erfolgte mit

ähnlicher Genauigkeit wie bei den anderen Parameterkonstellationen, aufgrund dessen bewegt sich auch der bereinigte Restfehler auf gleichem Niveau.

Die bereinigten Restfehler des zweiten Anregungsfalls zeigen allgemein sowohl bei der Gleit- als auch bei der Magnetlagermaschine eine stärkere Abhängigkeit vom Rauschniveau als im ersten Anregungsfall. Die Ursache ist verfahrensbedingt, im ersten Anregungsfall wurde die Unwuchtidentifikation nach jedem Iterationsschritt durchgeführt, wie es in der obigen Verfahrensbeschreibung dokumentiert ist. Im zweiten Anregungsfall wurde keine Parameteridentifikation durchgeführt, so dass auch die Unwuchtidentifikation nur einmal durchgeführt wurde.

Bei den untersuchten Maschinen wurden erwartungsgemäß diejenigen Modellparameter am besten identifiziert, welche den größten Einfluss auf die Schwingungscharakteristik besaßen. Parameter, die nur einen geringen Einfluss besaßen, wurden nicht identifiziert, statt dessen wurden äquivalente Parametersätze ermittelt, die in der Summe einen ähnlichen Schwingungseinfluss besaßen. Kennzeichnend ist, dass auch die Ersatzparameter in der Lage waren, den Anfangsfehler im zweiten Anregungsfall zu verringern. Es wird daraus geschlussfolgert, dass die Modellanpassung auch in der Praxis nicht immer die physikalisch richtige Lösung liefert, aber dass der gefundene Parametersatz auch für andere Anregungsfälle gültig ist. Für den Verfahrensablauf ist diese Aussage sehr wichtig, da die Modellanpassung auf einem Testlauf beim Auswuchten basiert und das Modell für die Berechnung der restlichen Testgewichtsantworten verwendet wird.

5.5 Zusammenfassung zur Modellanpassung

Zu Beginn dieses Kapitels wurden die Unsicherheiten, die beim Vergleich zwischen Messung und Rechnung bei den in dieser Arbeit behandelten Maschinen auftreten, in ihrer Art und Größenordnung vorgestellt. Es handelt sich dabei in erster Linie um globale Modellfehler und Parameterunsicherheiten, die sich jeweils zu $\delta \approx 25\%$ auf den Schwingungsfehler δ_{anf} zwischen Ausgangsmodell und Messung auswirken. Die restliche Unerklärtheit ist der Unsicherheit bzgl. der Anregung geschuldet.

Die für das vorliegende Problem relevanten, bestehenden Verfahren wurden im Abschnitt „Stand der Technik“ dieses Kapitels vorgestellt und diskutiert.

Im weiteren Verlauf des Kapitels wurde das in dieser Arbeit entwickelte Verfahren zur Parameter- und Unwuchtidentifikation vorgestellt. Es handelt sich dabei um eine Anpassungsstrategie, welche die Vorteile von Such- und Gradientenverfahren kombiniert. Damit wird eine schnelle Anpassung der berechneten an die gemessenen Schwingungen mit zufriedenstellender Genauigkeit bei der Identifikation der Modell- und Anregungsparameter erreicht.

In der Numerischen Simulation wurde die grundsätzliche Funktionsweise des Anpassungsalgorithmus überprüft. Aufgrund der Unterschiedlichkeit bzgl. Parameteranzahl und Anpassungsaufwand wurden sowohl eine Gleit- als auch eine Magnetlagermaschine behandelt. Die Genauigkeit der Parameter- und Unwuchtidentifikation wurde in Abhängigkeit der Größe des Rauschniveaus der Messdaten ermittelt. Der Erklärungsbeitrag der identifizierten Parameterkonstellation wurde durch die Simulation eines zweiten Anregungsfalls ermittelt. Insgesamt wurden nicht alle Modellparameter durch das Anpassungsverfahren ermittelt, der Schwingungsfehler im zweiten Anregungsfall wird jedoch auch durch die gefundenen Parameter zufriedenstellend verringert.

6 Ergebnisse

6.1 Beschreibung des Verfahrensablaufs „Modellgestütztes Auswuchten - Unwuchtidentifikation“

An dieser Stelle werden die entwickelten Verfahrenskomponenten in den Auswuchtprozess eingeordnet. Weiterhin werden die Verfahrensvoraussetzungen sowie das Vorgehen in der Praxis erläutert.

Den zentralen Bestandteil der hier vorgestellten Methoden stellt das Maschinenmodell dar. Die im Kapitel „Modellbildung“ vorgestellten Methoden zur Modellierung von Rotor, Gleit- oder Magnetlagerung sowie des Unterbaus werden dazu benutzt, ein Maschinenmodell mit möglichst realitätsgetreuer Modellstruktur zu erzeugen. Ist diese nicht eindeutig festzulegen, kann auf eine gemischt modal-physikalische Formulierung übergegangen werden.

Das Maschinenmodell wird vor Beginn des Auswuchtprozesses erstellt und auch parametrisiert. Ebenso wird die Einflusszahlenmatrix $\hat{\mathbf{E}}$ vorab erzeugt. Ein erster Messlauf gibt einen Anhaltspunkt über die am Rotor vorhandenen Unwuchten. Mit den simulierten Einflusszahlen und dem im Kapitel „Unwuchtidentifikation“ beschriebenen Prozedere wird zunächst ein Einzelgewicht oder eine vorläufige Ausgleichssetzung berechnet. Falls mit dem Umlauf die Nenndrehzahl aufgrund zu hoher Unwuchtschwingungen nicht erreicht werden konnte, sollte die Gewichtssetzung so ausgewählt werden, dass der Drehzahlbereich erweitert werden kann. Ansonsten wird ein Testgewicht so gewählt, dass die dadurch verursachte vektorielle Differenz der Schwingungen an allen Lagerstellen möglichst groß ausfällt, um die Modellparameter gut identifizieren zu können. Die Winkellage des Testgewichts ist so zu wählen, dass die erwarteten maximalen Schwingungen das Erreichen der Höchstdrehzahl nicht gefährden.

Der zweite Messlauf, bzw. dessen vektorielle Differenz zum Umlauf, wird nun zur Anpassung des FE-Modells benutzt. Hier kommen die Algorithmen zum Tragen, die im Kapitel „Modellanpassung“ vorgestellt wurden. Im Allgemeinen ist mit einem zufriedenstellenden Ergebnis erst dann zu rechnen, wenn die Nenndrehzahl bereits in beiden Läufen erreicht wurde, ansonsten werden für die Modellparameter lediglich grobe Näherungen identifiziert.

Mit dem angepassten FE-Modell wird die Einflusszahlenmatrix neu erzeugt, die erneute Unwuchtidentifikation mit dem zweiten Messlauf führt zu einer verbesserten Ausgleichssetzung. Das Verfahren wird nun solange durchgeführt, bis die gemessenen Schwingungen auf das tolerierte Maß reduziert sind. Jeder Messlauf dient sowohl zur Modellverbesserung als auch zur Verfeinerung der Ausgleichssetzung, Abb. 63 zeigt das Prozedere.

Ein großer Vorteil des Verfahrens besteht darin, dass das Auswuchten sofort nach dem ersten Messlauf beginnt. Die experimentelle Erzeugung der Einflusszahlen fällt weg. Die rechnerische Ermittlung der Einflusszahlenmatrix endet nicht bei der höchsten gefahrlos anzufahrenden Drehzahl, hohe Schwingungen stellen auf der Seite der Rechnung kein Problem dar. Die rechnerischen Einflusszahlen sind nicht von dem bei der Messung gegenwärtigen Rauschen behaftet. Messunsicherheiten wie Unrundheit der Messstelle, Temperatureinfluss etc. treten auf rechnerischer Ebene nicht auf. Die Qualität der mit einem ideal angepassten Maschinenmodell erzeugten Einflusszahlen ist deshalb sogar deutlich höher als bei deren experimenteller Ermitt-

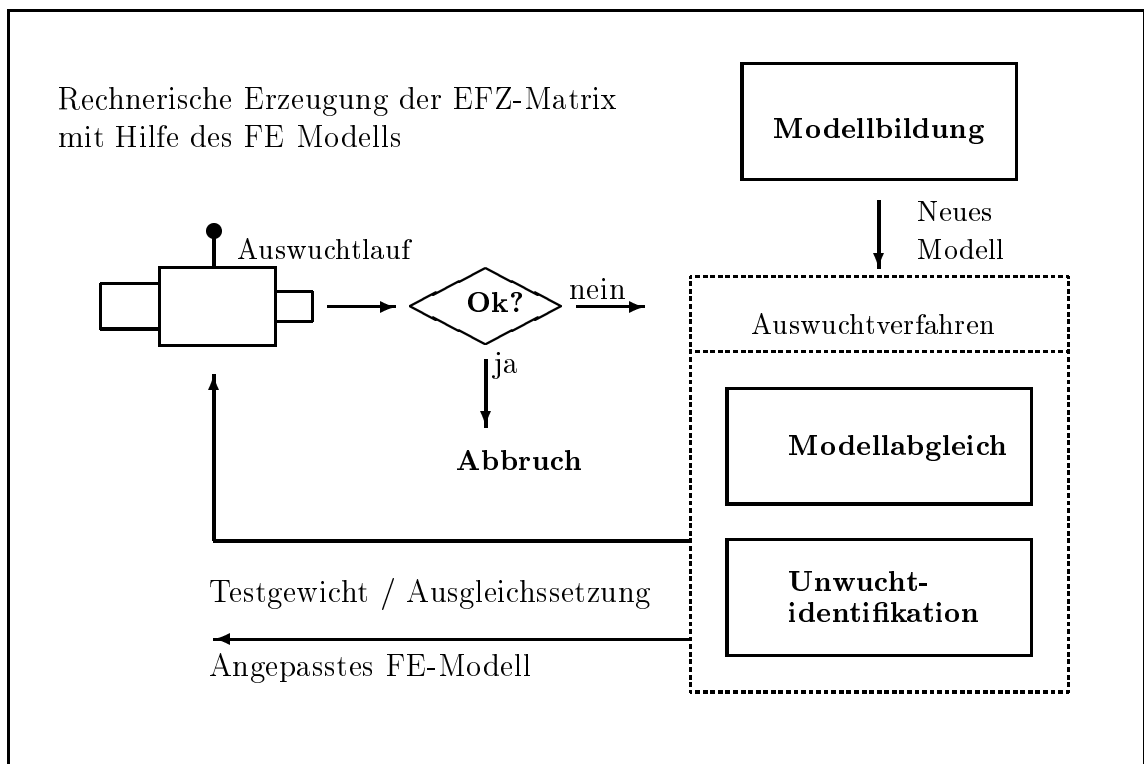


Abbildung 63: Ablaufdiagramm des Modellgestützten Auswuchtens

lung. Die Unsicherheiten, die der Messung zugrunde liegen, haben jedoch durch den Modellanpassungsalgorithmus Einfluss auf das Rechenmodell und verschlechtern dadurch ebenfalls die Qualität der Einflusszahlen.

Die Abbildung der Sensor- und Ausgleichsebenen sowie der Winkellage des Referenzsignals ist im Rechenmodell mit großer Sorgfalt durchzuführen. Werden Sensorbezeichnungen im Rechenmodell vertauscht oder wird der Rotordreh Sinn falsch angenommen, ist das FE-Modell nicht in der Lage, die gemessenen Schwingungen zu reproduzieren. Die berechneten Phasenlagen zeigen dann, je nach Art des aufgetretenen Fehlers, große Abweichungen zur Messung mit unterschiedlichen Vorzeichen für jede Sensorrichtung. Die berechneten und gemessenen Schwingungen können dann weder optisch noch rechentechnisch einander zugeordnet werden, das Verfahren scheitert.

Ebenso wirken sich die Konventionen des Messsystems aus: Wird statt der Bewegung des Messobjekts in Richtung des Sensors der Abstand zwischen Messobjekt und Sensor als positives Signal ausgegeben, ergibt sich eine an der Zeitachse gespiegelte Schwingung. Der Phasenwinkel zwischen Schwingungsausschlag und Referenzsignal kann, abhängig vom verwendeten Messsystem, ebenfalls auf verschiedene Arten ausgegeben werden und führt bei fehlerhafter Abbildung im Rechenmodell zum Scheitern des Verfahrens.

Alle diese Informationen werden beim herkömmlichen Auswuchten nach Einflusszahlen nicht benötigt. Selbst eine Sensorenvertauschung in der Einflusszahlenmatrix wirkt sich nicht aus, solange diese Vertauschung über den gesamten Auswuchtprozess beibehalten wird.

6.2 Einfacher Testrotor

An einem einfachen, gleitgelagerten Testrotor wurden Versuche zur Modellbildung und Unwuchtidentifikation durchgeführt. Die Versuchsergebnisse flossen in die Verfahrensentwicklung ein, ohne in den entsprechenden Kapiteln gesondert dokumentiert zu werden. An dieser Stelle werden die durchgeführten Messungen zur Validation des Gesamtverfahrens herangezogen.

Der Rotor besitzt eine Länge von $l = 1.8 \text{ m}$, eine Masse von ca. $m \approx 250 \text{ kg}$, die erste Biegeeigenfrequenz wird mit ca. $f_1 \approx 27 \text{ Hz}$ berechnet. Die dünne Welle besitzt sieben Scheiben, an welchen Ausgleichsgewichte angebracht werden können, Abb. 64 zeigt das FE-Modell.

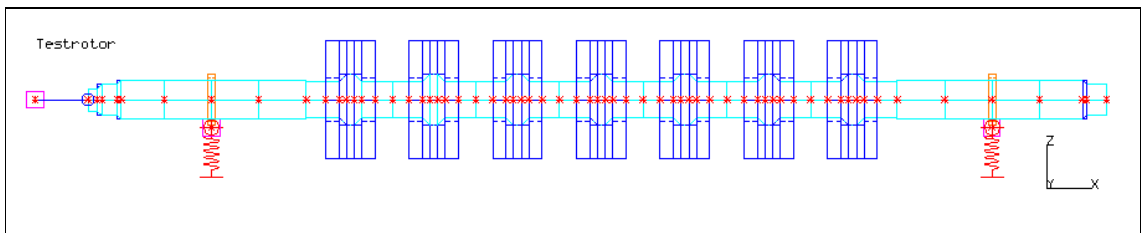


Abbildung 64: FE-Modell des Testrotors

Im ersten Schritt wird ein Testlauf mit einer Einzelgewichtssetzung zur Modellanpassung herangezogen, das Ergebnis wird an einem Lauf mit mehreren Gewichtssetzungen überprüft. Die Norm der vektoriellen Differenz zwischen der mit dem Ausgangsmodell berechneten und der gemessenen Testgewichtsantwort entsprechend Glg. (20) lag bei $\delta = 73.7\%$ der Norm der gemessenen Schwingungen. Nach erfolgter Modellanpassung verringerte sich diese Diskrepanz auf $\delta = 33.4\%$, Abb. 65 zeigt den Vergleich zwischen Messung und Rechnung vor und nach der Modellanpassung. Die Grafiken auf der linken Seite wurden mit dem Ausgangsmodell erzeugt. Die oberen Grafiken zeigen die Wellenschwingungen am AS-Lager in horizontaler Richtung, darunter sind die vertikalen Schwingungen am BS-Lager angeordnet. Neben-einander sind Betrag und Phase der Schwingungsverläufe dargestellt, in blau die Modellrechnung der Testgewichtsantwort. In grün ist der gemessene Differenzlauf, also die vektorielle Differenz des Testlaufs zum Vorlauf aufgetragen. Die rote Kurve kennzeichnet den Betrag der vektoriellen Differenz zwischen Messung und Rechnung bzw. die Differenz von deren Phasenlagen.

In den Schwingungsverläufen zeigt sich bei etwa $n \approx 1600 \text{ U/min}$ die erste biegekritische Drehzahl. Diese Resonanzstelle wird schon vom Ausgangsmodell gut abgebildet, große Abweichungen bestehen in der Höhe der Schwingungsbeträge, vgl. Abb. 65 links. Besonders die Beträge der vertikalen Schwingungen befinden sich deutlich oberhalb der Messung. An beiden Lagerstellen zeigt sich das gleiche Phänomen, deshalb wurden in den oberen Grafiken die horizontalen A-seitigen Schwingungen, und unterhalb die vertikalen B-seitigen Schwingungen dargestellt. Insgesamt bildet das Ausgangsmodell die Messung also bereits gut ab, besitzt jedoch augenscheinlich zu wenig Dämpfung.

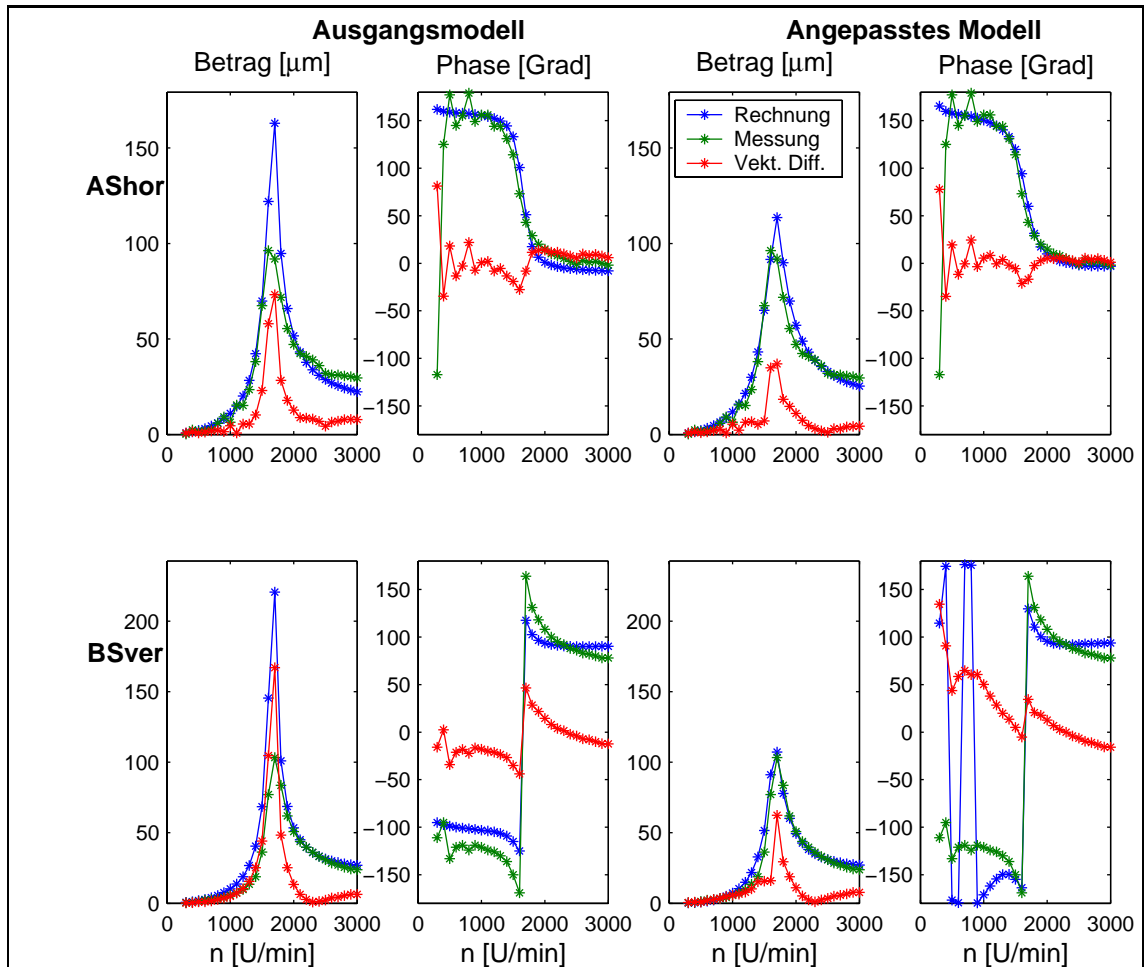


Abbildung 65: Vergleich zwischen Messung und Rechnung vor und nach der Modellanpassung des Testrotors

Die Beträge der berechneten und gemessenen Schwingverläufe auf der rechten Bildseite liegen aufeinander, mit kleinen Abweichungen im Bereich der Resonanzdurchfahrt. Die Phasenverläufe der horizontalen Messrichtung zeigen vor und nach der Modellanpassung kaum Unterschiede. In der vertikalen Messrichtung wird die Abweichung in und oberhalb der Resonanz verringert, bei kleinen Drehzahlen unterhalb der Resonanz wird sie durch das angepasste Modell leicht erhöht.

Abb. 66 zeigt die identifizierten Parameter und Unwuchten. In der obersten Grafik sind die Parameteränderungen, bezogen auf ihren jeweils zulässigen Veränderungsbereich dargestellt. Die zweite Grafik zeigt die Relevanz der Parameter für die Schwingungsanpassung. Es wurde dazu das Prozedere angewandt, welches im Kapitel „Modellanpassung“ erläutert wurde. Die Prozentzahl, welche sich nach Glg. (59) ergibt, ist in der Grafik als Balken dargestellt. Sie verdeutlicht den Schwingungsfehler, der sich beim Weglassen des betreffenden Parameters ergibt. Die Prozentzahl ist somit im Zusammenhang mit dem Schwingungsfehler vor und nach der Modellanpassung zu betrachten, es müssen sich in der Summe nicht zwingend 100% ergeben. Zudem ergibt sich auch in der Summe der durch die Balken dargestellten Prozentzahlen nicht die insgesamt realisierte Verbesserung in der Schwingungsanpassung, da eine Verbesserung durch den einen Parameter i.A. nur in Kombination mit anderen Parameterverstellungen gültig ist.

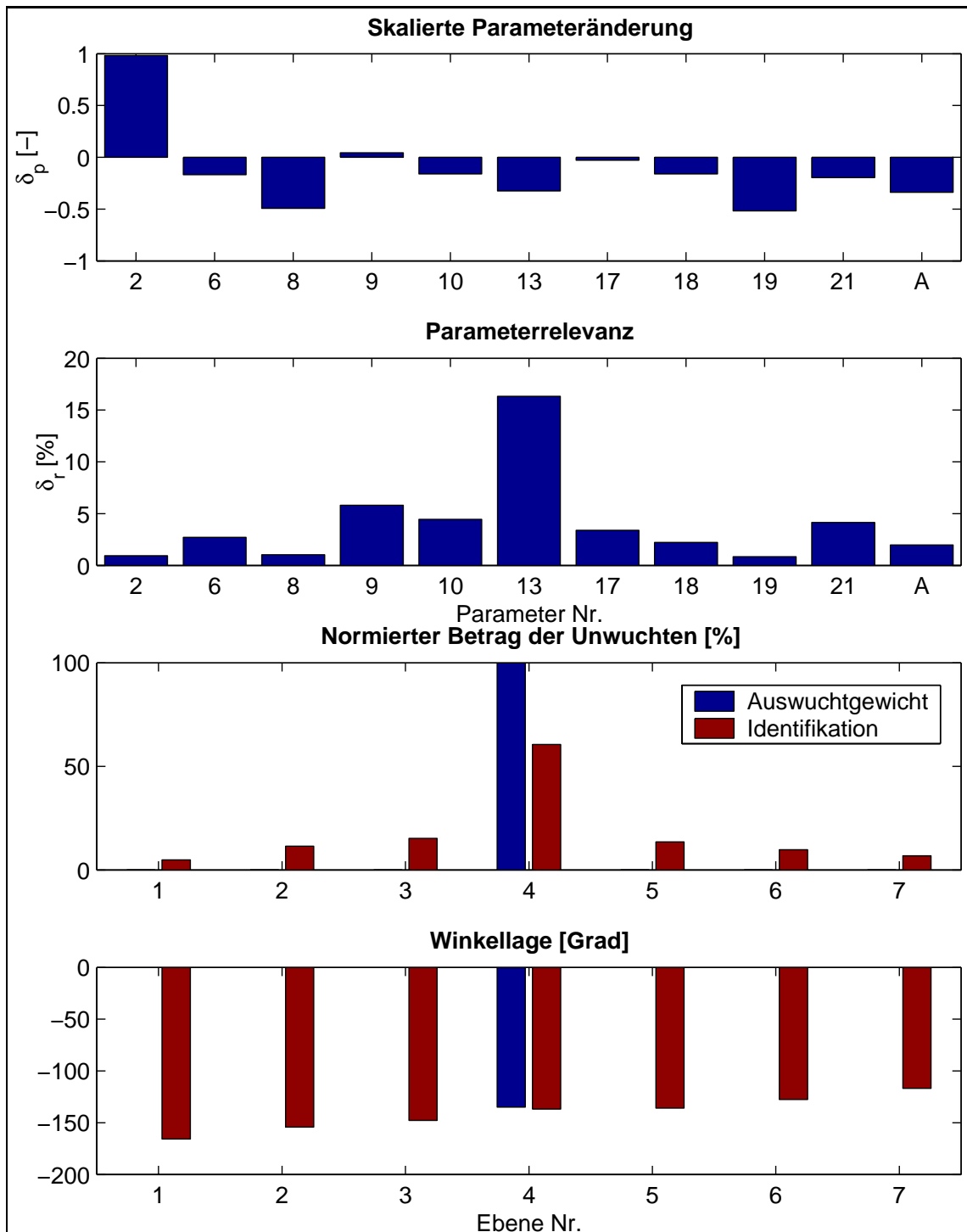


Abbildung 66: Identifizierte Parameter und Unwuchten des Testrotors

Aus Platzgründen wurden nur die Parameter aufgetragen, die durch den Anpassungsalgorithmus verstellt wurden. Parameter 2 ist die Dichte des Rotorwerkstoffes, der maximal zulässige Verstellbereich von $\delta_\rho = 1.5\%$ des Nominalwertes von $\rho_0 = 7800 \text{ kg/m}^3$ wurde nach oben ausgenutzt. Die Dichte hat, wie der E-Modul, einen Einfluss auf die Eigenfrequenzlage, letzterer wurde nicht verstellt.

Die Parameter 3 – 5 bezeichnen die Unterbaumassen sowie die Masse der Kupplung an der A-Seite und wurden ebenfalls vom Anpassungsalgorithmus nicht verändert. Die Parameter 6 – 21 bezeichnen die Gleitlagerkoeffizienten. In der obersten Grafik ist das Mittel aus der vorgenommenen Skalierung und Verschiebung der Verläufe, bezogen auf das maximal, bzw. minimal zulässige Maß dargestellt. Es läßt sich aus den Balken durch die Mittelung der Veränderungen nicht auf Richtung der Parameterveränderung schließen, es wird lediglich eine vereinfachte Aussage über die Größe der Veränderungen getroffen. Eine genauere Darstellung der Verläufe folgt in Abb. 67, an dieser Stelle ist die Darstellung des Parametereinflusses, zweite Grafik von oben in Abb. 66, wichtig.

Die Parameter 9 und 17 bezeichnen die AS- und BS- Lagersteifigkeiten in z-Richtung und sind für das Anpassungsergebnis von hoher Bedeutung. Die Parameter 10, 13 sowie 18 und 21 bezeichnen die Dämpfungen in den Hauptrichtungen d_{yy} und d_{zz} an den beiden Lagerstellen, die Dämpfung d_{zz} am AS-Lager hat insgesamt den größten Einfluss auf die Schwingungsanpassung.

Die Veränderung der Anregung und deren Bedeutung für das Anpassungsergebnis sind in den beiden oberen Grafiken auf der rechten Seite aufgetragen und mit „A“ bezeichnet. Die Größe der Veränderung wurde vereinfacht durch

$$\nu_A = \frac{\|\hat{\mathbf{u}}_{ident}\| - \|\hat{\mathbf{u}}_{ausw}\|}{\|\hat{\mathbf{u}}_{ausw}\|} \cdot 100\% \quad (65)$$

berechnet, wobei $\|\hat{\mathbf{u}}_{ident}\|$ die Norm der identifizierten Testgewichte und $\|\hat{\mathbf{u}}_{ausw}\|$ die Norm der beim Auswuchten gesetzten Testgewichte bezeichnet. Wichtiger als die Größe der in der oberen Grafik dargestellten Veränderung ist die Relevanz der Unwuchtidentifikation für das Anpassungsergebnis. Übersteigt sie die Relevanz der Parameterveränderungen, ist die Anpassung an sich in Frage zu stellen. Im vorliegenden Fall besitzt die identifizierte Unwucht nur einen geringen Erklärungsbeitrag und kann durch die Einzelunwuchtsetzung ersetzt werden, ohne das Anpassungsergebnis bedeutend zu verschlechtern. Die identifizierten Modellparameter sind für den Hauptteil der erreichten Schwingungsanpassung verantwortlich, das Anpassungsergebnis erscheint plausibel.

Die identifizierten Unwuchten mit Betrag und Winkellage in den sieben Auswuchtebenen befinden sich im unteren Bildteil. Blau ist das laut Auswuchtdatensatz tatsächlich eingebaute Testgewicht, rot sind die identifizierten Unwuchten dargestellt. In erster Linie wurde das Testgewicht in der mittleren Ebene identifiziert. Die Verringerung im Betrag wurde durch geringe Unwuchten in den anderen Ebenen kompensiert. Die Verteilung der Unwuchten auf mehrere Ebenen ist eine Eigenheit des Unwuchtidentifikationsalgorithmus, die aus der Mehrdeutigkeit im Lösungsraum resultiert. Der Regularisierungsterm im Tikhonov - Funktional sorgt für die Beschränktheit der Lösungsnorm und bevorzugt dadurch eine Unwuchtverteilung vor einer Einzelgewichtssetzung, falls die erreichte Schwingungsanpassung die gleiche ist. Die Winkellage der in Ebene 4 identifizierten Unwucht stimmt mit der des Testgewichts gut überein, so dass von einer korrekten Abbildung der Winkellage von Keyphasor und Sensoren im Modell ausgegangen wird.

Abb. 67 zeigt die Verläufe der Gleitlagerkoeffizienten über der Drehzahl. Die oberen beiden Grafiken zeigen die Steifigkeiten und Dämpfungen des AS-Lagers, unterhalb befinden sich die des BS-Lagers. Die durchgezogenen Linien bezeichnen die Herstellerangaben, die identifizierten Verläufe sind als Sterne in der jeweils gleichen Farbe aufgetragen.

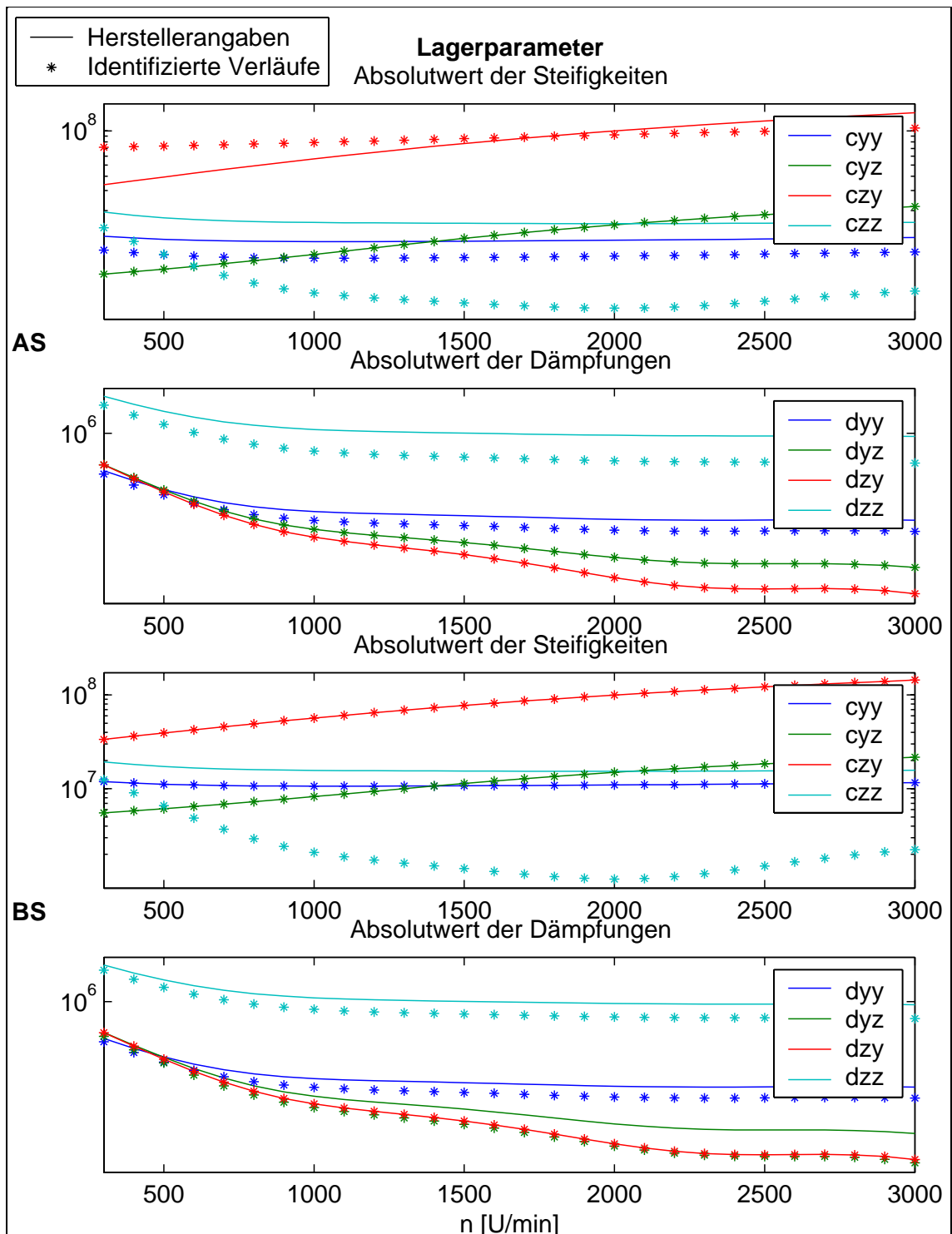


Abbildung 67: Identifizierte Gleitlagerkoeffizienten des Testrotors

Die Koppelrichtungen yz , bzw. zy besitzen teilweise ein negatives Vorzeichen, welches die Wirkungsrichtung der Kraft bei der Bewegung des Wellenzapfens in y - bzw. z -Richtung charakterisiert, aus Darstellungsgründen wurde dann der Absolutwert gebildet.

Das Ergebnis der Parameteranpassung zeigt ein leichtes Absinken der horizontalen Lagersteifigkeit auf der A-Seite und ein deutliches Absinken der vertikalen Steifigkeit an beiden Lagern. Überraschenderweise wurden auch die Dämpfungen an beiden Lagerstellen in den Hauptrichtungen verringert, obwohl das angepasste Modell augenscheinlich deutlich besser bedämpft ist als das Ausgangsmodell. Die Ursache liegt in der fehlenden Wirksamkeit der Dämpfungsglieder im zu steifen Ausgangsmodell. Durch das Absinken der Lagersteifigkeit wurde erst eine Bewegung des Rotorknotens in der Lagerebene ermöglicht, so dass eine dämpfende Wirkung erzielt werden konnte. Diese Dämpfungswirkung konnte dann sogar mit etwas kleineren nominalen Werten für die Dämpfungskoeffizienten realisiert werden, so dass diese ebenfalls vom Anpassungsalgorithmus verringert wurden.

In den gekoppelten Richtungen der Steifigkeiten und Dämpfungen wurden nur in wenigen Fällen Veränderungen durch den Anpassungsalgorithmus vorgenommen. Auf eine Interpretation der Auswirkungen dieser Veränderungen wird an dieser Stelle verzichtet, die Relevanz der Parameteränderungen Nr. 8 und 19 ist auch geringer als die der Lagerparameter in den Hauptrichtungen, vgl. Abb. 66, zweite Grafik von oben.

Zum Zeitpunkt der Untersuchungen am Testrotor existierte das hier vorgestellte Modellanpassungsverfahren noch nicht. Aus diesem Grunde wurde nicht versucht, den Rotor mit rechnerisch erzeugten Einflusszahlen auszuwuchten, statt dessen wird hier ein zweiter Anregungsfall zur Überprüfung der Gültigkeit des angepassten Modells herangezogen. In Abb. 68 ist ein zweiter Messlauf mit Testgewichtssetzungen in drei Ebenen dargestellt.

Es wurden wie bei der Darstellung des ersten Anregungsfalls der horizontale A-seitige sowie der vertikale B-seitige Sensor verwendet. Die Schwingungsberechnung mit dem Ausgangsmodell zeigt Abweichungen in ähnlicher Form wie bei dem Lauf, der zur Modellanpassung verwendet wurde. Die Schwingungsfehler $\delta_{anf} = 79.4\%$ vor und $\delta_{end} = 35.3\%$ nach der Modellanpassung stimmen ebenfalls sehr gut mit den Werten des Anpasslaufs überein.

Nach der Modellanpassung besteht fast kein Unterschied zwischen den berechneten und gemessenen Schwingbeträgen, allerdings ist anhand der Resonanzstellen ein leichter Eigenfrequenzfehler zu beobachten. Im Anpasslauf war diese Abweichung lediglich in der horizontalen Richtung sichtbar, in diesem zweiten Lauf wird die Eigenfrequenz der horizontalen Richtung etwas zu hoch, die der vertikalen Richtung zu niedrig eingeschätzt.

In der horizontalen Richtung wird ein konstanter Fehler in den Phasenlagen beobachtet, der aller Wahrscheinlichkeit aus der ungenauen Abbildung der Anregung herrührt. Für den zweiten Anregungsfall wurden lediglich die Modellparameter aktualisiert, es wurde keine erneute Unwuchtidentifikation durchgeführt. In der linken Grafik zeigt die vertikale Richtung etwas größere Abweichungen in den Phasenlagen, welche aus der zu geringen Dämpfung im Ausgangsmodell resultiert. Der Phasendurchgang in der Resonanz verläuft sowohl in der Messung als auch bei dem angepassten Modell etwas weicher, die Abweichungen verringern sich deutlich.

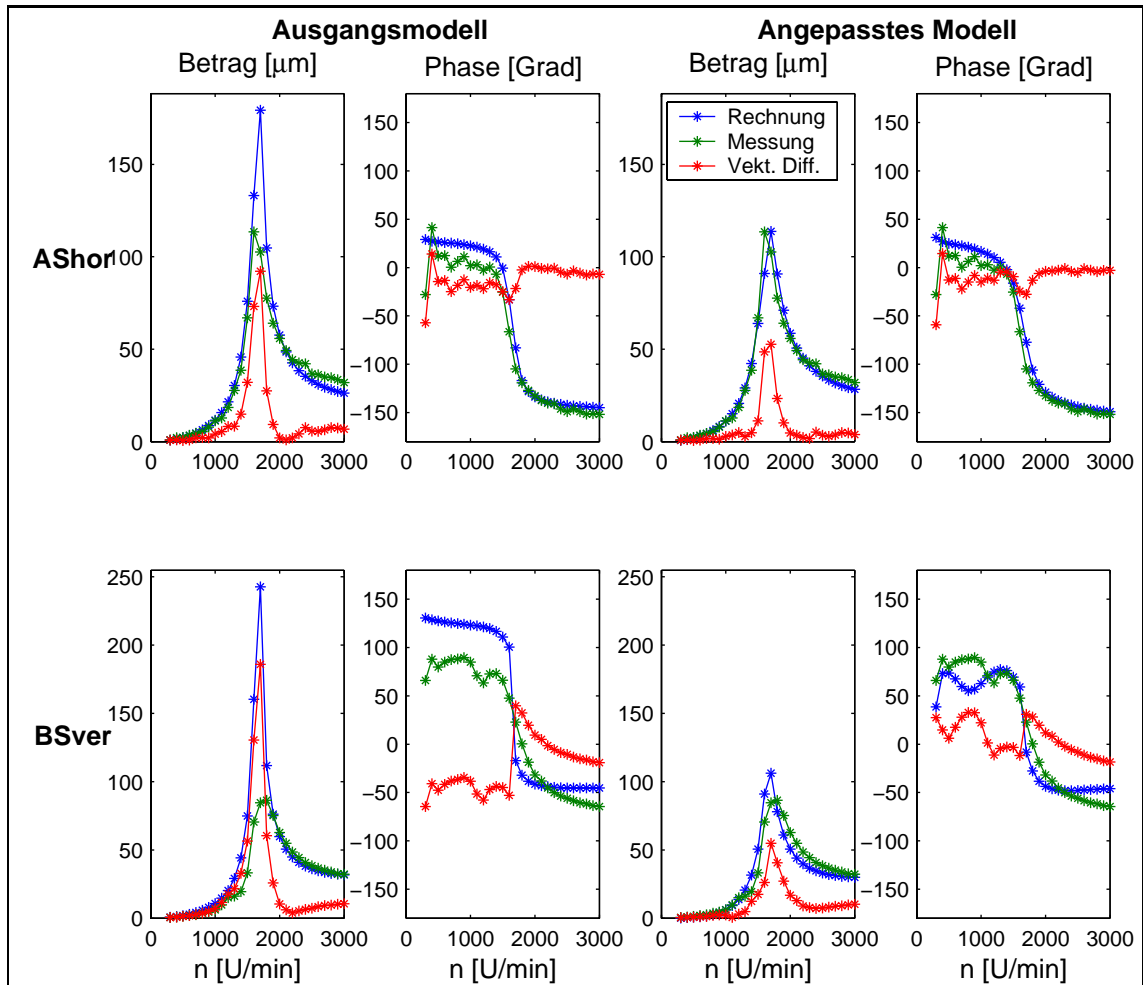


Abbildung 68: Zweiten Anregungsfall beim Testrotor

Die generelle Wirkungsweise der Modellanpassung konnte anhand dieses einfachen Testrotors gezeigt werden. Die Abweichungen zwischen Messung und Rechnung wurden deutlich verringert. Die große Anzahl von Gleitlagerparametern erforderte in Hinblick auf die Rechenzeiten eine Beschränkung des Suchfelds auf eine Skalierung und Verschiebung der Verläufe. Aus diesem Grund stellen die Ergebnisse der Parameteridentifikation lediglich Anhaltspunkte dar, die bleibenden Abweichungen zwischen Messung und Rechnung konnten auf diese Art nicht weiter minimiert werden. Es konnte jedoch gezeigt werden, dass die Parameter des angepassten Modells auch in einem zweiten Anregungsfall mit Testgewichten in mehreren Ebenen gültig ist. Es wird daraus geschlossen, dass die mit dem angepassten Rechenmodell ermittelten Einflusszahlen grundsätzlich dazu geeignet wären, den Testrotor auszuwuchten.

6.3 Maschine „Gleitlast“

Anhand der Maschine „Gleitlast“ wird ein Vergleich zwischen dem Modellgestützten Auswuchten und dem bisher verwendeten Auswuchtverfahren angestellt. Die Gasturbine unterschied sich in der Bauart stark von den bisher untersuchten Elektromaschinen, besonders durch ihre deutlich höhere Läufermasse und den größeren Durchmesser. Von der Siemens PG wurde die freundliche Genehmigung erteilt, einen Auswuchtvorgang in der Auswuchtanlage zu begleiten. Aus Gründen der Geheimhaltung können die Ergebnisse dieses Auswuchtvorgangs und auch die gefundenen Modellparameter und Unwuchten nur in normierter Form dargestellt werden.

Für die rechnerische Erzeugung der Einflusszahlen wurde ein FE-Modell in ähnlicher Formulierung bereitgestellt, wie sie in dieser Arbeit bereits verwendet wurde. Im Gegensatz zur Maschine „Magnetelast“ wurde die Güte des Rotormodells nicht vorab überprüft, auch über das Zustandekommen des Modells und über dessen Genauigkeit bestanden keine Informationen. Zudem bestand theoretisch die Möglichkeit, dass bei der Informationsübertragung und der Konvertierung des FE-Modells Fehler aufgetreten sein könnten.

Aus diesem Grund war es sinnvoll, für die Anpassung des Rotormodells auf dessen modale Parameter zurückzugreifen. Es wurden also die modalen Massen und Steifigkeiten des Rotors, die Lagersteifigkeiten und -dämpfungen sowie die Unwuchtverteilung zur Anpassung freigegeben. Abb. 69 zeigt den Vergleich zwischen Rechnung und Messung vor und nach der Modellanpassung anhand der normierten Schwingungen. Der Vergleich findet anhand der vektoriellen Differenz zweier aufeinanderfolgender Messläufe mit bekannter Unwuchtveränderung statt. In grün sind die Normen $\nu_{j,norm.}$ der gemessenen Schwingungsverläufe als Balken dargestellt. Dazu wurden die Wellenschwingungen an den zwei Lagerstellen mit jeweils zwei Messrichtungen erfasst. Zur Normierung wurde der Sensor „ASX“ am Kompressorlager verwendet, an welchem die größte Schwingungsveränderung aufgrund der Testgewichtssetzung aufgetreten ist. Auch die in blau dargestellten berechneten Schwingungsnormen sowie die vektorielle Differenz (rot) wurden auf die Norm von $\hat{\mathbf{r}}_{mess,ASX}$ bezogen:

$$\begin{aligned}
 \nu_{i,mess,norm.} &= \frac{\|\hat{\mathbf{r}}_{i,mess}\|}{\|\hat{\mathbf{r}}_{mess,ASX}\|} \cdot 100\% \\
 \nu_{i,rech,norm.} &= \frac{\|\hat{\mathbf{r}}_{i,rech}\|}{\|\hat{\mathbf{r}}_{mess,ASX}\|} \cdot 100\% \\
 \nu_{i,diff,norm.} &= \frac{\|\hat{\mathbf{r}}_{i,diff}\|}{\|\hat{\mathbf{r}}_{mess,ASX}\|} \cdot 100\%
 \end{aligned} \tag{66}$$

Die Norm der mit dem Ausgangsmodell berechneten Schwingungen und auch die Norm der vektoriellen Differenz auf der linken Bildseite übersteigen deutlich die Norm der gemessenen Schwingungen. Rechts ist die bessere Übereinstimmung nach der Modellanpassung dargestellt, die Unerklärtheit in den Schwingungen wurde insgesamt von $\delta \approx 133\%$ auf $\delta \approx 48\%$ verringert.

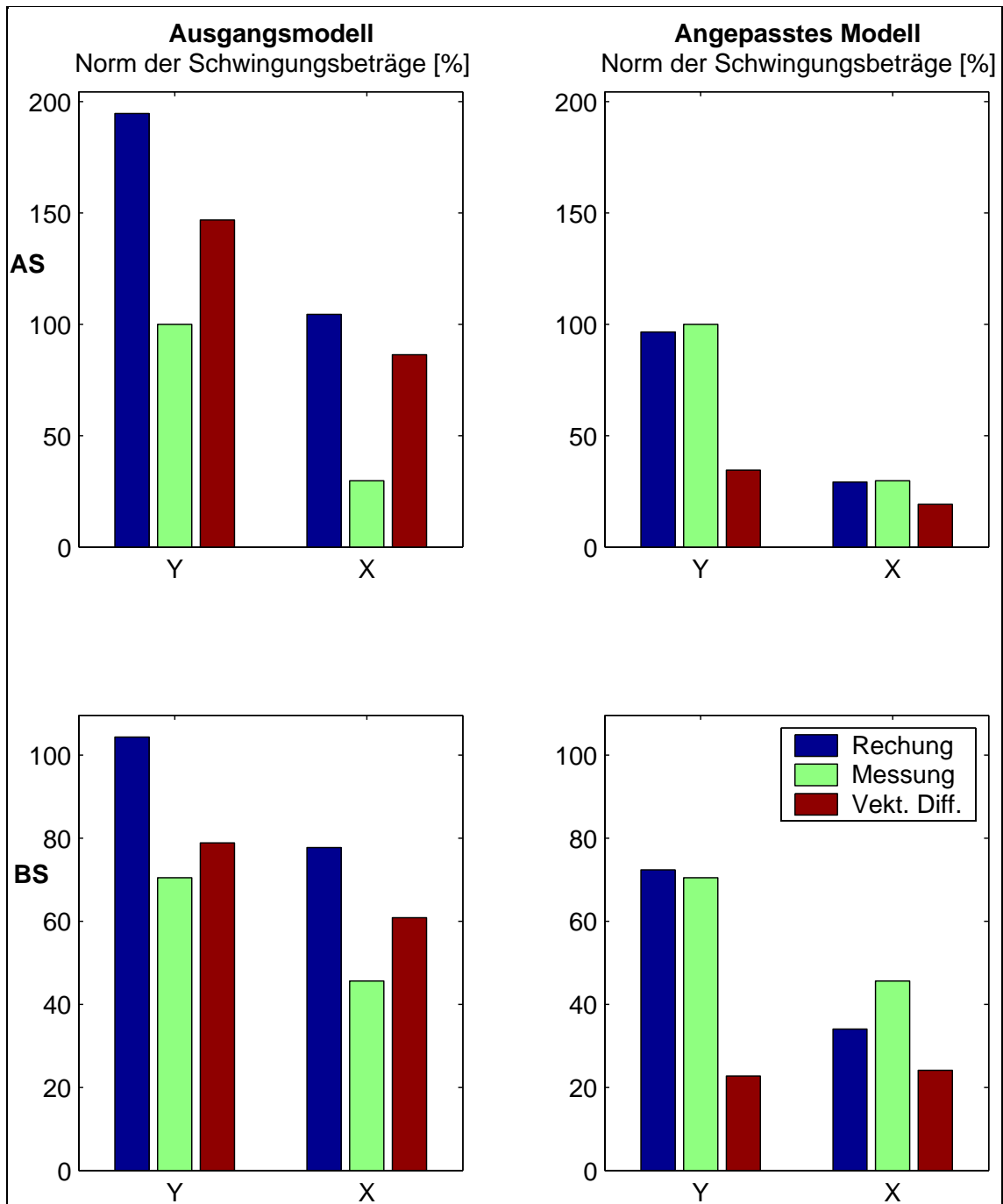


Abbildung 69: Vergleich zwischen Rechnung und Messung vor und nach der Modellanpassung der Maschine „Gleitlast“

Die Ergebnisse der Modellanpassung zeigt Abb. 70. In der oberen Bildhälfte sind wieder die Ergebnisse der Parameteranpassung, unten die der Unwuchtidentifikation angeordnet. Die oberste Grafik enthält die prozentuale Veränderung der Parameter, bezogen auf deren Variationsgrenzen. Aus Gründen der Übersicht wurden hier und in der darunterliegenden Grafik nur die Parameter und deren Relevanz für das Anpassungsergebnis angezeigt, welche nach Glg. (59) einen Erklärungsbeitrag lieferten. In der obersten Grafik wurden aufgrund der Geheimhaltung nur die Absolutwerte der Veränderungen aufgetragen. Es wird nicht ersichtlich, ob die Veränderung in Richtung der oberen oder unteren Variationsgrenze erfolgte. Ebenso erfolgt keine Zuord-

nung der Parameternummern auf der x-Achse zu deren physikalischer Bedeutung. Die unteren Grafiken zeigen das Ergebnis der Unwuchtidentifikation. Die Beträge der eingebauten Testunwuchten sowie die der identifizierten Unwuchten wurden auf den Betrag der größten Testunwucht in Ebene 2 bezogen.

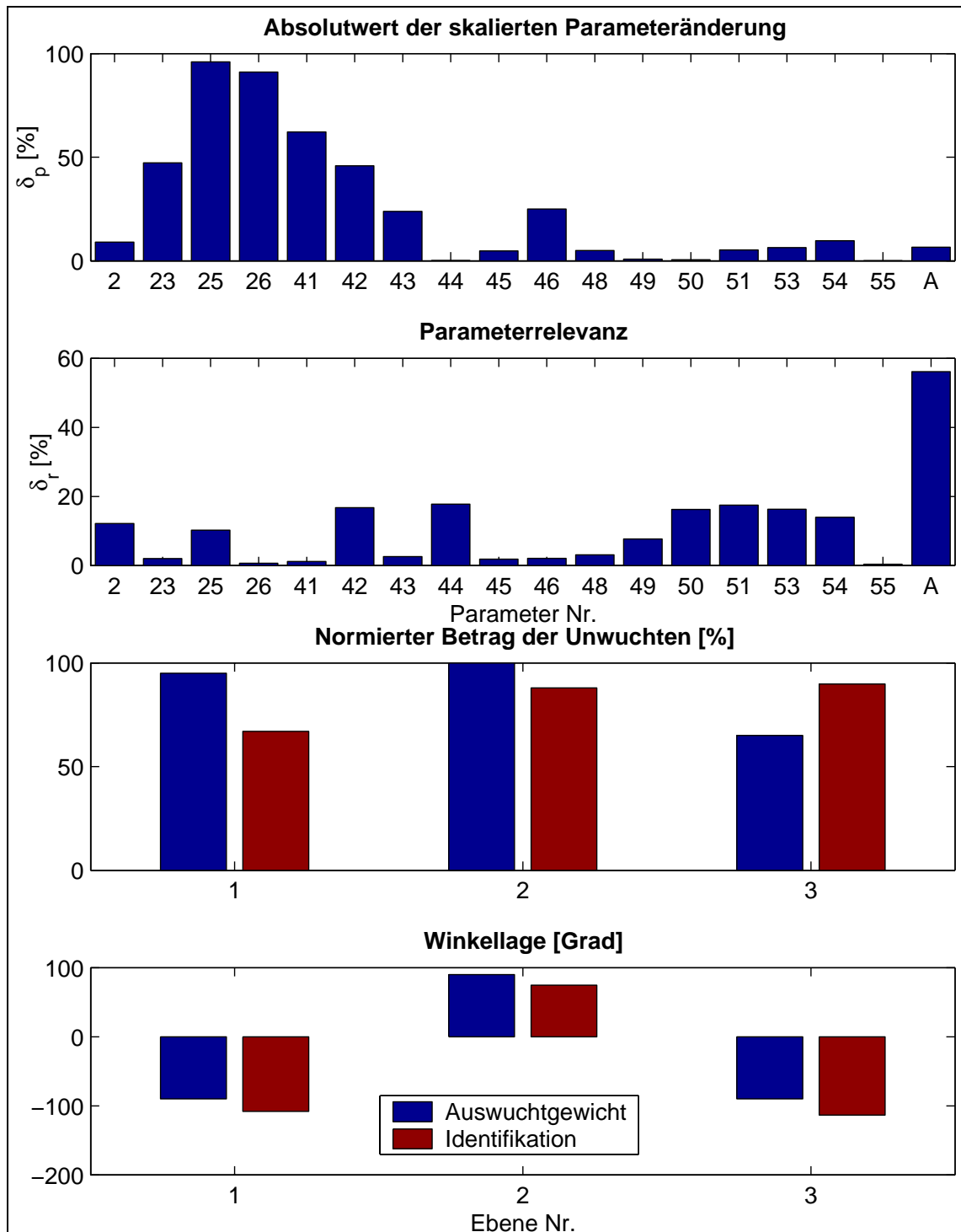


Abbildung 70: Identifizierte Parameter und Unwuchten bei der Modellanpassung der Maschine „Gleitlast“

Die Winkellagen in der untersten Grafik wurden ohne Veränderung dem Auswuchtprotokoll bzw. der Unwuchtidentifikation entnommen. Die Beträge der identifizierten Unwuchten befinden sich leicht unterhalb der Beträge der tatsächlich vorgenommenen Unwuchtsetzungen. Die Winkellagen zeigen an allen Ebenen eine Abweichung von ca. 20 Grad in der gleichen Richtung, die mit großer Wahrscheinlichkeit der Ungenauigkeit in der Abbildung der Winkellage der Keyphasorposition im Modell zuzuschreiben waren.

Die hohe Relevanz der identifizierten Unwuchtverteilung von $\delta_r \approx 55\%$ resultiert zum Teil aus dem Unterschied in der Winkellage. Die Abweichungen zwischen den identifizierten Unwuchtbeträgen zu den gesetzten Ausgleichsgewichten deutet jedoch auf ein nicht optimales Anpassungsergebnis der Modellparameter hin. Eine Unwuchtverlagerung aufgrund von Temperatureinflüssen erscheint als Ursache unwahrscheinlich, da der Läufer im Vakuum betrieben wurde und sich über die Lager kaum erwärmen konnte. Auch Setzerscheinungen können weitgehend ausgeschlossen werden, da der Läufer bei der Schleuderprobe vorab bereits kurzzeitig bei Überdrehzahl betrieben wurde.

Mit dem angepassten Modell wurden nun Einflusszahlen zum Auswuchten erzeugt und eine Ausgleichssetzung berechnet. Abb. 71 zeigt die Schwingungsveränderungen im Vergleich zum Vorlauf. Die A-seitigen bezogenen Schwingungsnormen sind in der oberen Grafik, die B-seitigen darunter angeordnet, links und rechts befinden sich die mit Y und X bezeichneten radialen Sensorrichtungen. In blau sind die Schwingungen des auszuwuchtenden Urlaufs dargestellt, die Y-Richtung des A-seitigen Sensors wurde zur Normierung aller Schwingungen auf dem Bild verwendet.

Neben dem Urlauf sind in grün die Normen der Schwingungen nach dem Gewichtseinbau angeordnet, welcher mit den auf dem Rechenmodell basierenden Einflusszahlen bestimmt wurde. Es wurde nur eine geringe Verbesserung um ca. $\delta \approx 20\%$ erreicht, die roten Balken zeigen das Auswuchtergebnis, welches mit einem alternativen Gewichtssatz durch das Auswuchtpersonal erreicht wurde.

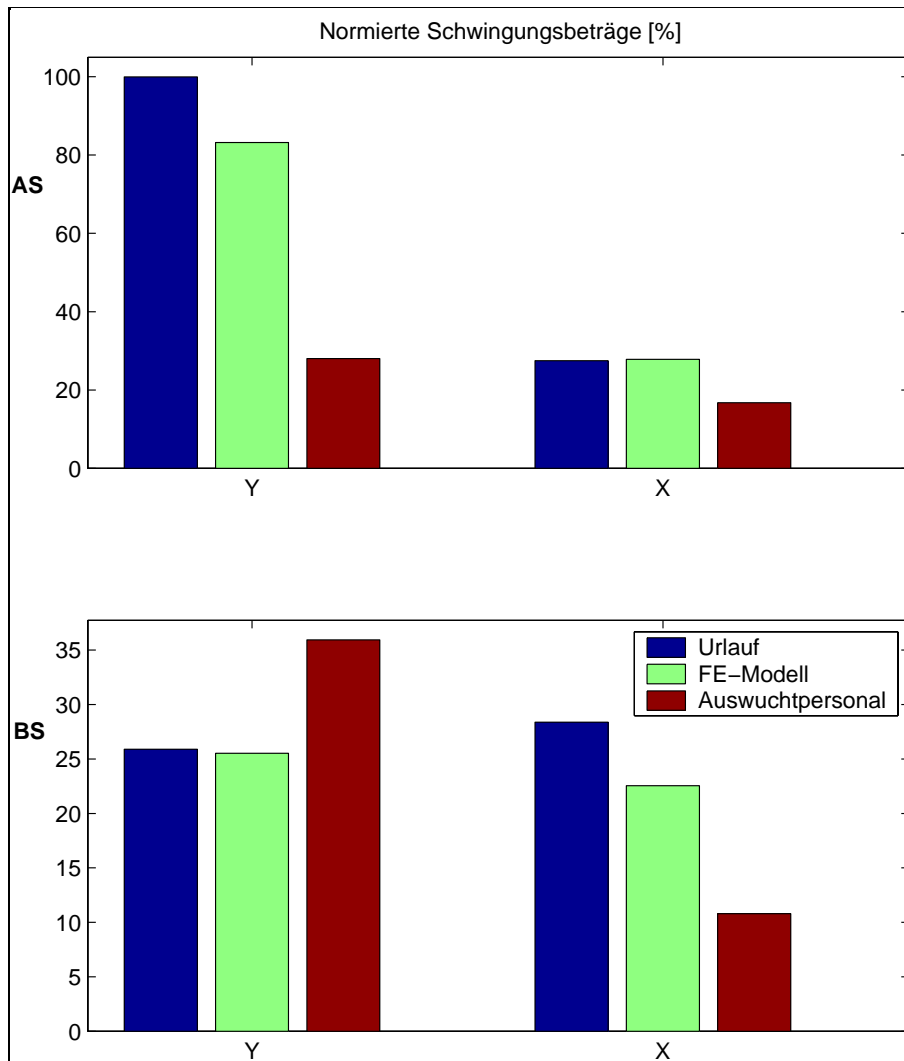


Abbildung 71: Auswuchtergebnis bei der Maschine „Gleitlast“

Mit den bisher verwendeten Methoden konnte in diesem Fall also ein ganz eindeutig höherer Auswuchterfolg erzielt werden. Zum Einen ist dies dem Geschick des Personals und deren langjähriger Erfahrung zuzuschreiben. Zum Anderen verlief die Modellanpassung aufgrund der Vielzahl an Parametern und einem großen Runout bei kleinen Drehzahlen nicht optimal.

Trotz der zufriedenstellenden Reduktion der Unerklärtheit in den Schwingungen durch die Modellanpassung zeigten die berechneten Schwingungsverläufe an sensiblen Stellen im Drehzahlbereich noch deutliche Abweichungen, wodurch die Berechnung einer optimalen Gewichtssetzung schwerfiel.

Obwohl der direkte Vergleich des Auswuchterfolgs ungünstig ausfällt, wird die Anwendung des Modellgestützten Auswuchtens an dieser Maschine zumindest als Teilerfolg gewertet. Es wurde gezeigt, dass die prinzipielle Herangehensweise zu einer Schwingungsreduktion führt. Bei der Einführung des Verfahrens in der Praxis muss also neben dem Anstreben einer hohen Qualität des Ausgangsmodells auch bei der Verarbeitung der Messwerte, etwa durch Wichtung und Runoutkompensation, Sorgfalt geübt werden.

6.4 Maschine „Magnetelast“

6.4.1 Auswuchten im Werk

Die Maschine „Magnetelast“ wurde im Laufe der Arbeit vielfältig untersucht, so dass von einer hohen Modellqualität auszugehen war. Das Rotormodell wurde durch eine Modalanalyse und eine gründliche Überarbeitung validiert. Für die Ermittlung der Lagersteifigkeit wurde ein Algorithmus entwickelt, der auf der Auswertung eines Messlaufs basiert.

Mit den aus dem FE-Modell extrahierten Einflusszahlen war es leicht möglich, nach einer Vorwuchtung die Nenndrehzahl anzufahren. Mit dem in Abschnitt 3.4 entwickelten Prozedere wurden nun die Lagersteifigkeiten und -dämpfungen ermittelt. Die Ergebnisse deckten sich mit den in Abb. 35 dargestellten Verläufen.

Zur Überprüfung der korrekten Abbildung von Sensoren und Keyphasorposition im Modell wurde ein Testlauf mit einem Einzelgewicht durchgeführt. Die Modellanpassung verringerte die Diskrepanz zwischen berechneter und gemessener Testgewichtsantwort von $\delta = 70.1\%$ auf $\delta = 19.4\%$. Abb. 72 zeigt den Vergleich zwischen Messung und Rechnung vor und nach der Modellanpassung.

Bei den Beträgen fällt bei näherer Betrachtung die in der Frequenz leicht verschobene Abbildung der kritischen Drehzahlen auf, die Messung liegt in einem Fall bei etwa $n_{krit} = 3700 U/min$, berechnet wird die betreffende Resonanz bei $n_{krit} = 3900 U/min$, vgl. Abb. 72 links. Die Phasenlagen von Modellrechnung und Messung zeigen vor allem am RG-Lager eine konstante Abweichung von ca. $\Delta\varphi \approx 20$ Grad. Da mit einem derartigen Fehler beim Einbau des Testgewichts nicht zu rechnen war, musste die Sensor- und Keyphasorkonfiguration zur Ursachenermittlung herangezogen werden.

Die rechte Seite der Grafik zeigt das Schwingungsbild nach der Parameter- und Unwuchtidentifikation. Sowohl der Eigenfrequenz- als auch der Phasenfehler wurden beseitigt, die Norm der vektoriellen Differenz zwischen Modellrechnung und Messung ist deutlich kleiner als die der Messung. Besonders am RG-Lager, an welchem die größten Schwingungen gemessen wurden, ist die Übereinstimmung der berechneten und der gemessenen Kurve am deutlichsten. Die Sensoren an den Hauptlagern zeigen augenscheinlich noch Abweichungen, dort befanden sich die gemessenen Schwingamplituden allerdings auf einem kleineren Niveau. Die absolute Abweichung beträgt an allen Sensoren weniger als $|\hat{\mathbf{r}}_\delta| < 10 \mu m$, es handelt sich hier um ein stochastisches Messrauschen.

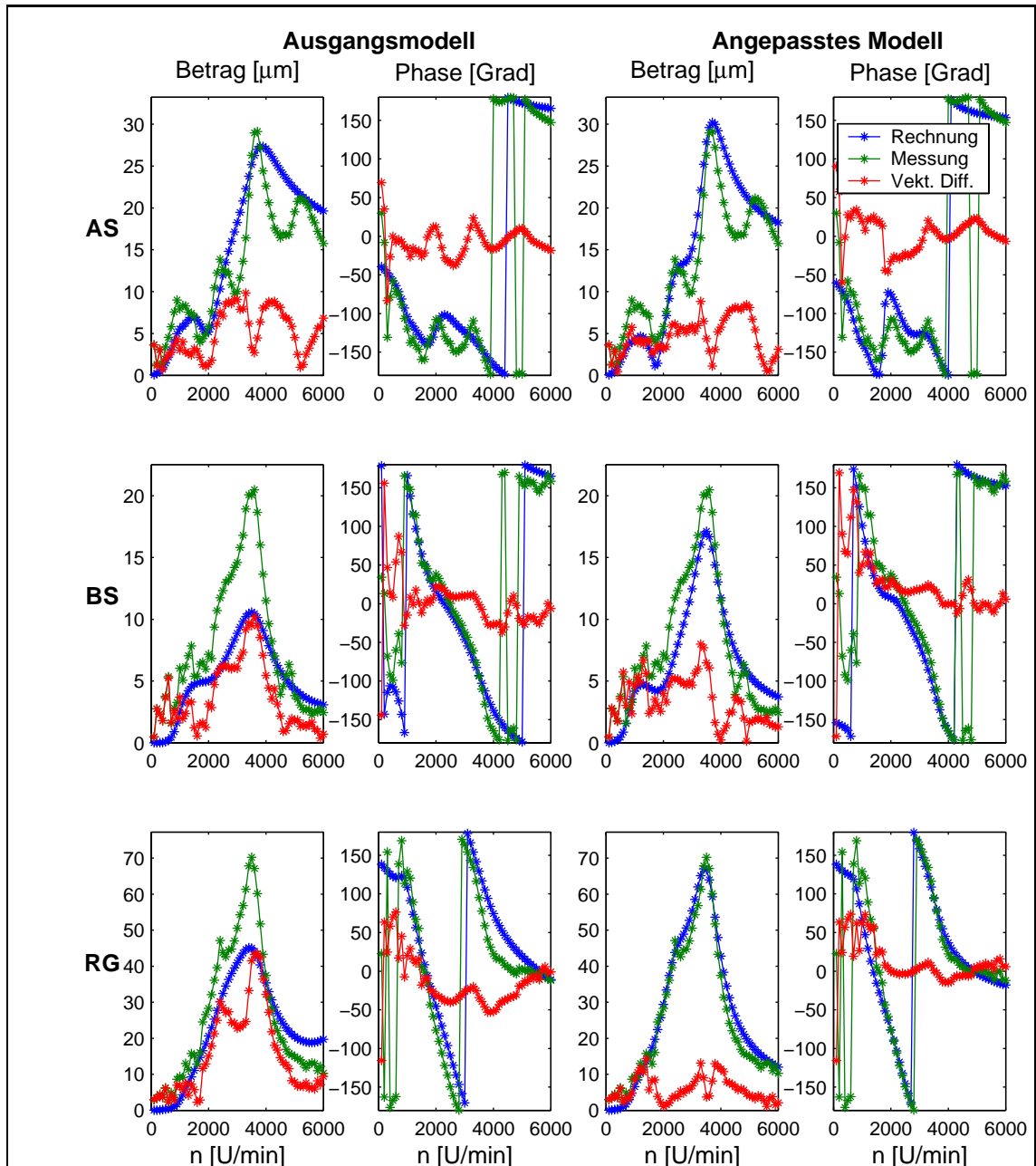


Abbildung 72: Vergleich zw. Messung und Rechnung bei der Maschine „Magnetelast“

Abb. 73 zeigt die identifizierten Parameter und Unwuchten. Alle Parameteränderungen befinden sich innerhalb der vorgegebenen Toleranz, ohne an die Grenzen anzustoßen. Alle Parameter sind in Richtung eines weicheren Modells verstellt worden. Der E-Modul wurde verringert, die Dichte blieb konstant. Da der Quotient aus beiden Größen maßgeblich die Eigenfrequenzen beeinflusst, erscheint dieses Ergebnis plausibel. Auch die Veränderung der k_i nach unten und eines k_x nach oben führt zu einer weicheren Lagerung, vgl. Glgn.(28 - 29).

Die Übersicht über die Unwuchten befindet sich im unteren Bildteil. In erster Linie wurde das Testgewicht in Ebene 1 identifiziert. Die Umverteilung des Betrags auf die anderen Ebenen resultiert aus dem Unwuchtidentifikationsalgorithmus. Der Unterschied in der Winkellage ist jedoch echt, es bestätigte sich die Vermutung, dass die

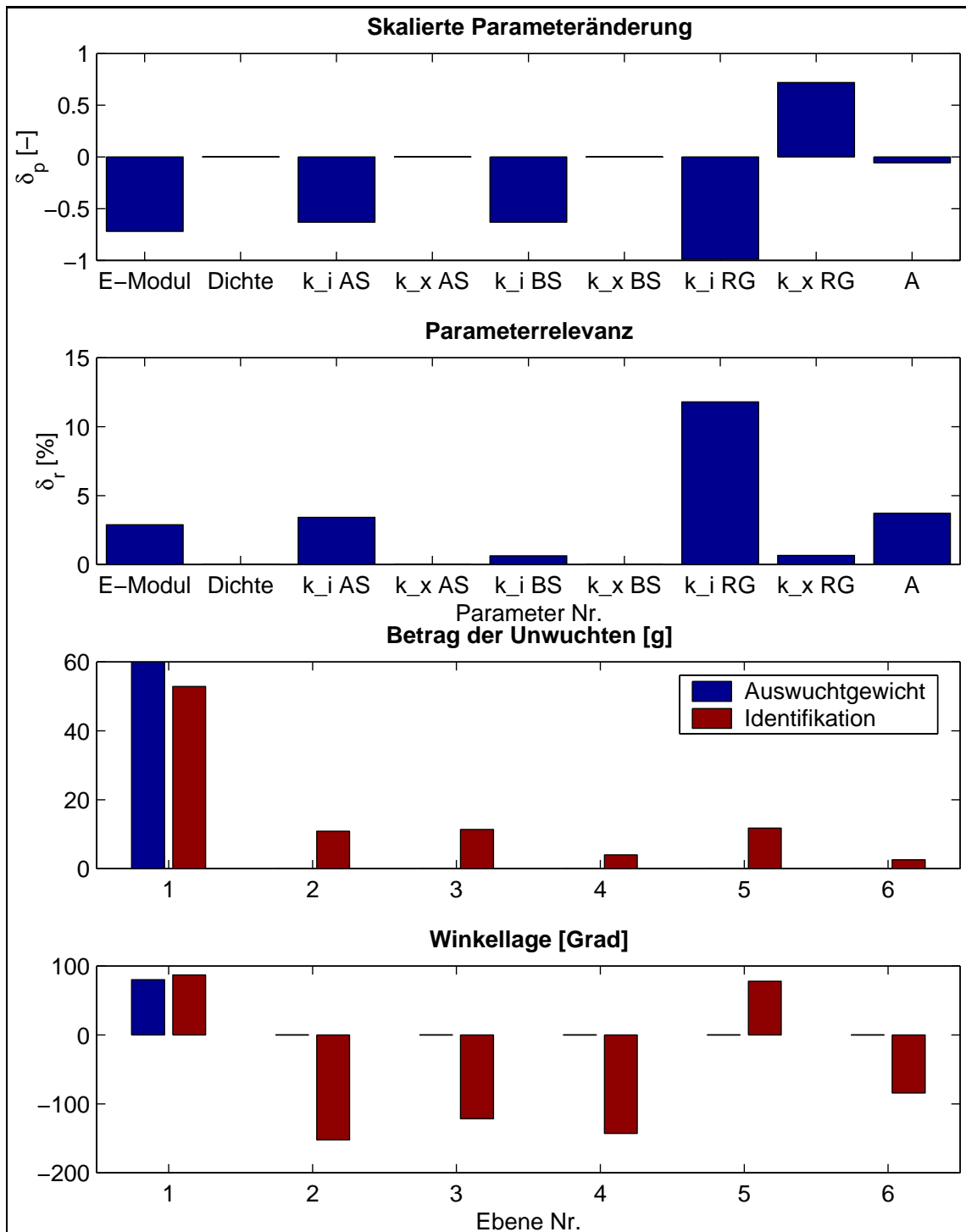


Abbildung 73: Identifizierte Parameter und Unwuchten der Maschine „Magnetelast“

Keyphasorposition im FE-Modell leicht versetzt angenommen wurde. Mit dem korrigierten FE-Modell wurde nun die Einflusszahlenmatrix für alle Auswuchtebenen auf rechnerischem Wege erzeugt. Daraufhin wurden die Einflusszahlen vom Auswuchtpersonal zum Auswuchten in fünf der sechs zugänglichen Ebenen verwendet. Abb. 74 zeigt links die Schwingungen vor und rechts nach dem Auswuchten.

Die erreichte Wuchtqualität nach Glg. (46) betrug $\gamma_1 = 69\%$. Zum Auswuchten mit den simulierten Einflusszahlen wurden 4 Läufe benötigt, der gesamte Vorgang erforderte insgesamt 16 Läufe. Die Gesamtanzahl der Läufe wurde teilweise durch Schwierigkeiten bei der Inbetriebnahme der Maschine beeinflusst und ist vom Auswuchtverfahren unabhängig zu betrachten. Insgesamt ist das Ergebnis positiv, es mussten keine Testläufe durchgeführt werden, die Schwingungen wurden in genügendem Maße verringert.

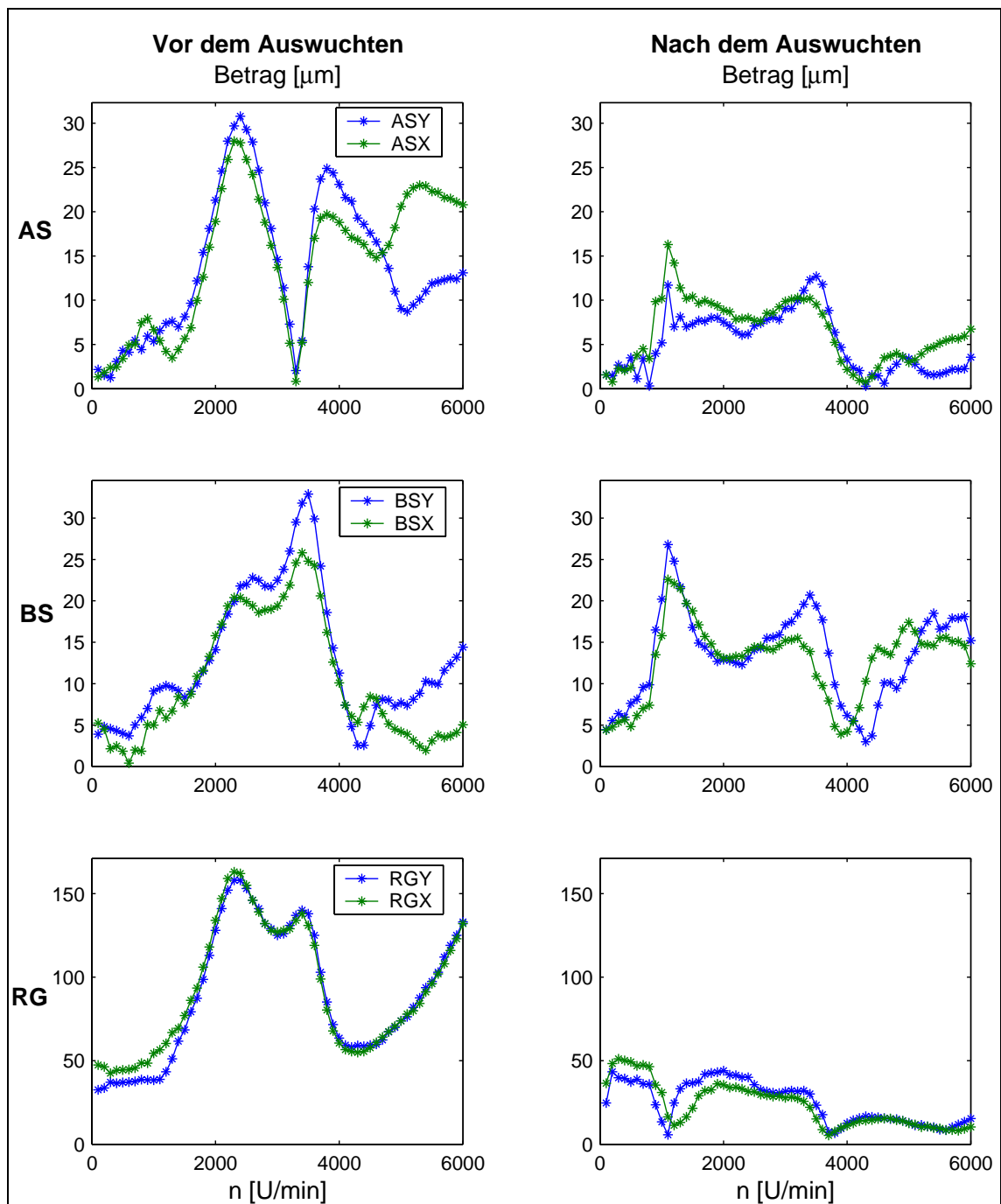


Abbildung 74: Schwingungen vor und nach dem Auswuchten der Maschine „Magnetelast“

6.4.2 Nachwuchten auf der Anlage

Nach dem Ausliefern des Motors und der Inbetriebnahme erhöhten sich die Schwingwerte während des Betriebes. Die Ursache lag in der ungleichmäßigen Ausdehnung der einzelnen Wicklungen im Ballenbereich beim Lastbetrieb. Der Motor war mit einer biegeelastischen Kupplung mit einem Kompressor verbunden. Die Kupplung übertrug keinerlei Biegeschwingungen vom Kompressor auf den Motor und umgekehrt, so dass der Kompressor für die weiteren Betrachtungen außer Acht gelassen werden konnte.

Die Schwingwerte zeigten im Warm- und Kaltzustand sehr unterschiedliche Amplituden- und auch Phasenlagen. Die vektorielle Differenz zwischen dem Warm- und dem Kaltlauf betrug ca. $\delta \approx 75\%$ der Norm des Kaltlaufs.

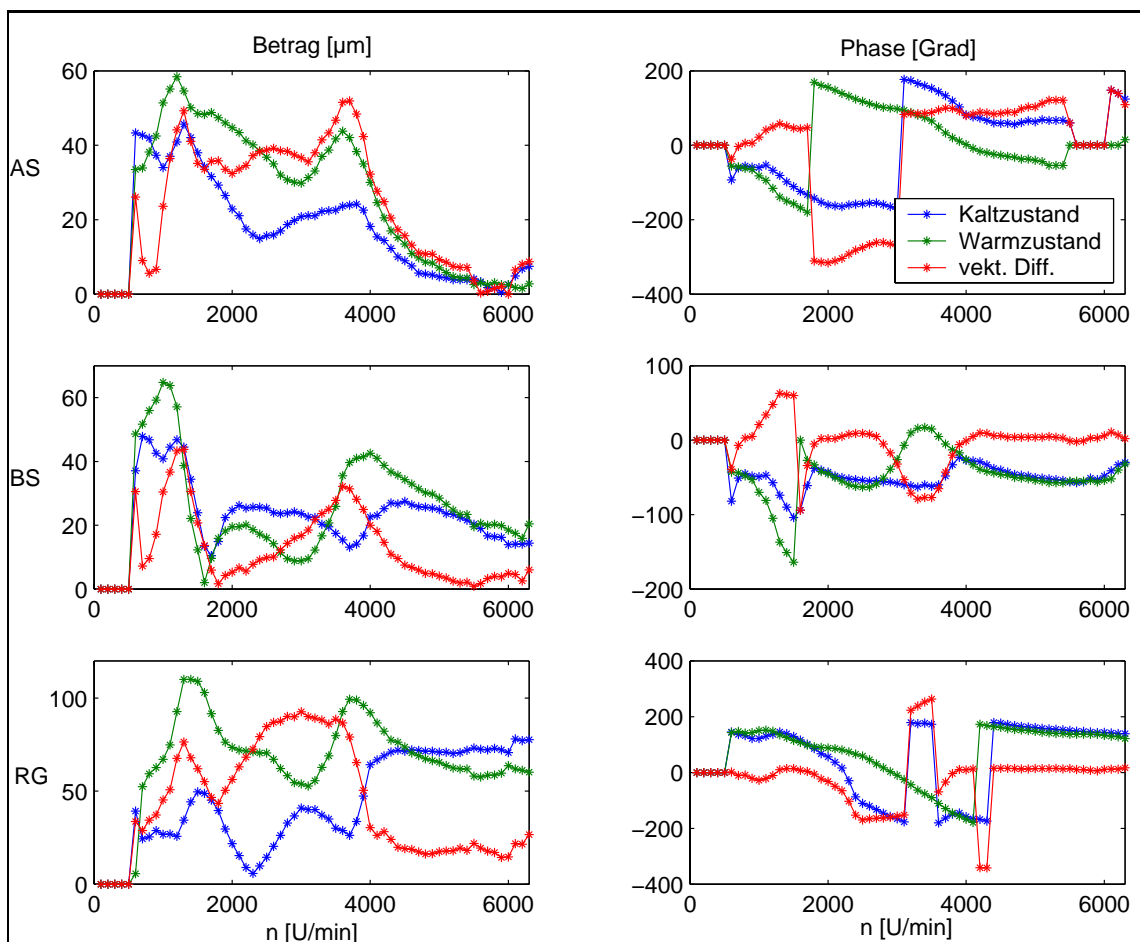


Abbildung 75: Schwingungen der Maschine „Magnetelast“ auf der Anlage im Warm- und Kaltzustand

Auf der linken Bildseite sind die Beträge der Schwingungen des Kaltzustands in blau, des Warmzustands in grün und der vektoriellen Differenz in rot dargestellt. Die rechte Seite zeigt die Phasenlagen sowie deren Differenz. Untereinander sind die Messpositionen am AS-, BS- und RG-Lager angeordnet. Um sowohl im Kalt- als auch im Warmzustand akzeptable Schwingwerte zu erreichen, musste der Unwuchtzustand dahingehend beeinflusst werden, dass für beide Zustände ein Kompromiss in den Schwingungen entstand.

Zunächst wurden wieder die Lagersteifigkeiten nach dem bekannten Prozedere überprüft und im FE-Modell aktualisiert. Im zweiten Schritt wurde eine Modellanpassung auf der Basis eines Differenzlaufs bekannter Testgewichtssetzung durchgeführt. Die Ausgangsdifferenz zwischen berechneter und gemessener Testgewichtsantwort verringerte sich dadurch von $\delta = 63\%$ auf $\delta = 19.6\%$. Abb. 76 zeigt die Schwingungen in der gewohnten Anordnung.

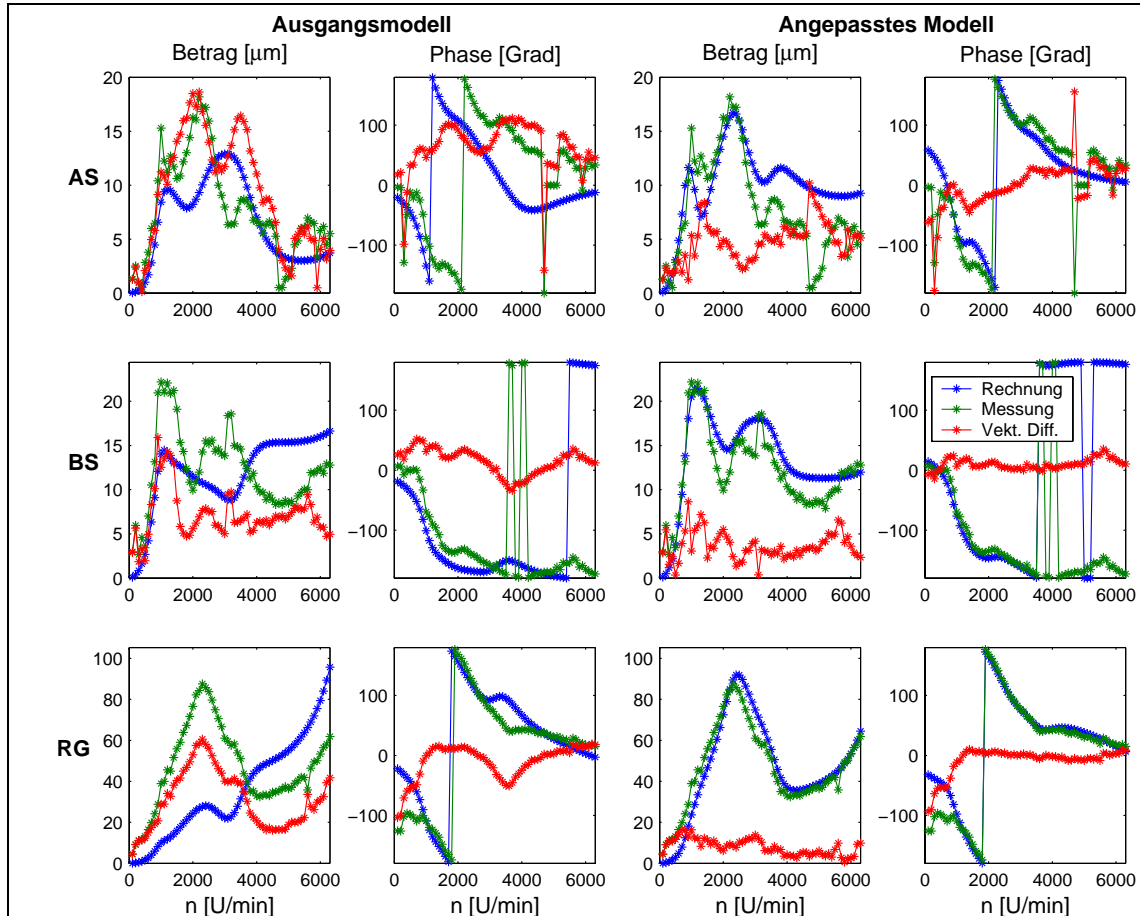


Abbildung 76: Vergleich zwischen Messung und Rechnung vor und nach der Modellanpassung der Maschine „Magnetelast“ auf der Anlage

Vor der Modellanpassung zeigten die berechneten und gemessenen Schwingverläufe große Unterschiede in der Charakteristik, obwohl die vektorielle Differenz sogar niedriger als beim Auswuchten im Werk ausfiel. Es konnte auf der Anlage nicht der gleiche Temperaturzustand beim Ur- und Testlauf eingestellt werden. Aus diesem Grunde war der überwiegende Teil der Abweichung zwischen Messung und Rechnung der Veränderung in den Unwuchten geschuldet, vgl. Abb. 77. E-Modul und Dichte blieben konstant, die Lagersteifigkeit wurde global nach unten korrigiert. Der Erklärungsbeitrag der Modellparameter auf die Schwingungsanpassung war mit insgesamt ca. $\delta \approx 10\%$ sehr gering.

Die Unwuchtidentifikation ergab anstatt der Einzelgewichtssetzung in einer Ebene eine recht breite Verteilung, deren absolute Größe nicht durch eine Verteilung von Einzelunwuchten auf mehrere Ebenen durch die Unwuchtidentifikation zu erklären war. Die größten identifizierten Unwuchten befanden sich im Ballenbereich,

Ebenen 2-4, dort spielt der Einfluss der Temperaturänderung auf den Unwuchtzustand die größte Rolle. Die Schwingungsverläufe des angepassten Modells zeigten noch leichte Eigenfrequenzfehler, so dass die Ergebnisse der Parameteranpassung verworfen wurden.

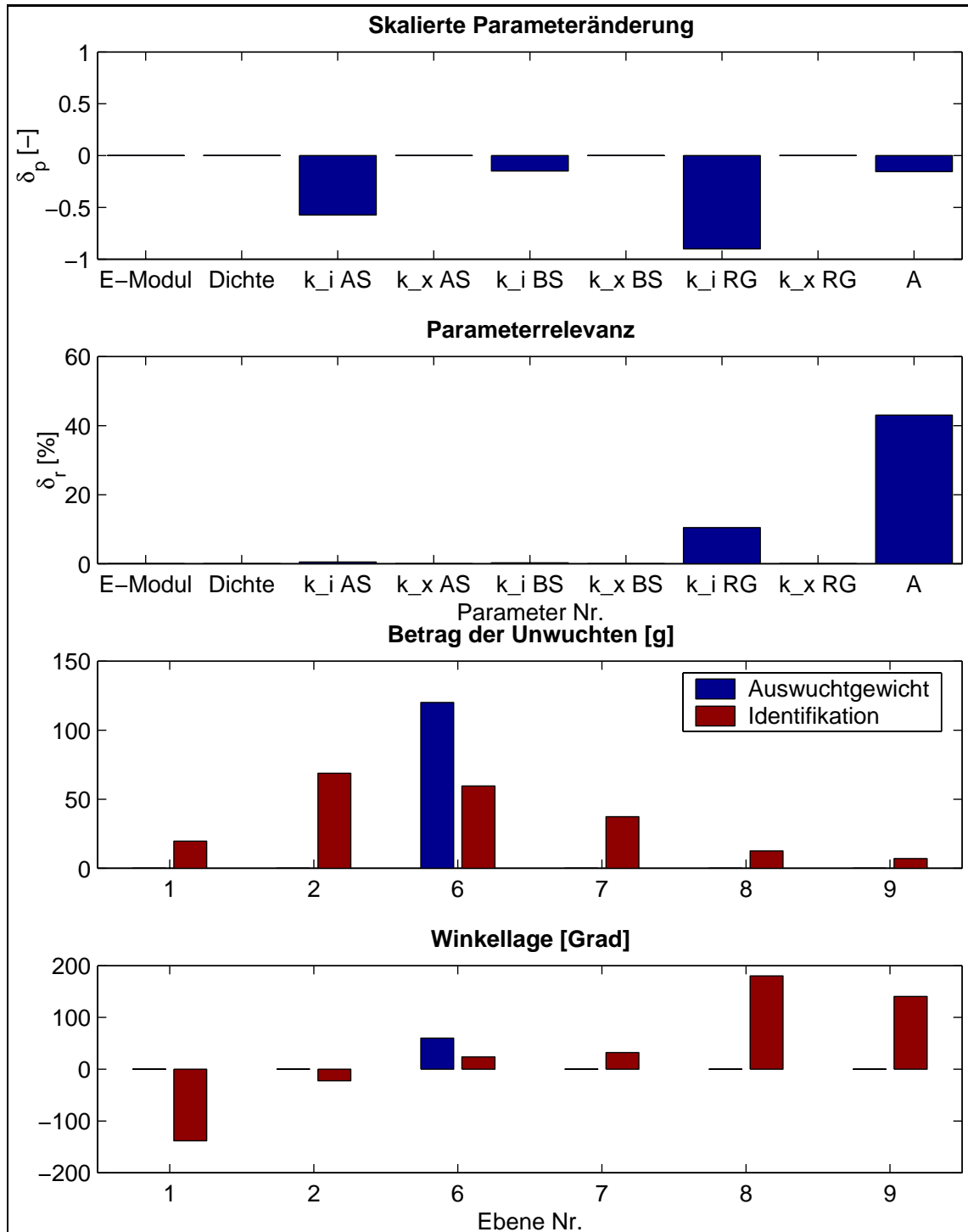


Abbildung 77: Identifizierte Parameter und Unwuchten nach der Modellanpassung der Maschine „Magnetelast“ auf der Anlage

Die simulierten Einflusszahlen wurden nun mit dem Ausgangsmodell erzeugt, es war davon auszugehen, dass der zur Modellanpassung verwendete Testlauf nur in geringem Maße die Modellcharakteristik abbildete. Werden die Parameteränderungen verworfen und die berechneten Schwingungen mit der identifizierten Unwuchtverteilung erzeugt, ergibt sich statt der $\delta = 19.6\%$ eine nur leicht höhere Abweichung von ca. $\delta \approx 27\%$ der Norm der Messung. Auf die Durchführung eines weiteren Anpasslaufs wurde aus Aufwandsgründen verzichtet. Die experimentelle Erzeugung von Einflusszahlen stellte sich auf der Anlage als Problem dar, da dort pro Tag nur 1-2 Testläufe durchgeführt werden konnten. Zudem war auch beim herkömmlichen Erzeugen der Einflusszahlen mit einem starken Temperatureinfluss zu rechnen, so dass das nicht angepasste FE-Modell die bessere Alternative darstellte.

Es wurde nun eine Ausgleichssetzung berechnet, die den Unwuchtzustand des Läufers derart verändern sollte, dass die Schwingungen im Warm- und Kaltzustand akzeptabel waren. Abb. 78 zeigt in grün die Schwingungen des Auswuchtlaufs im Vergleich zum Vorlauf (blau).

Sowohl die Schwingungen des Kaltlaufs (links) als auch die des Warmlaufs (rechts) besaßen bereits bei niederen Drehzahlen beachtliche Amplituden. Dies zeigte auf ein Rundlaufproblem hin, welches durch Auswuchten nicht zu beseitigen ist. Kritisch waren vor allem die Schwingungen am RG-Lager in der Starrkörperresonanz bei $n_S \approx 1500 \text{ U/min}$ und bei der zweiten biegekritischen Drehzahl $n_2 \approx 3800 \text{ U/min}$. Bei der maximal angefahrenen Drehzahl von $n_{max} = 6300 \text{ U/min}$ waren die Schwingungen im kalten und warmen Zustand am AS- und BS-Lager zufriedenstellend, am RG-Lager jedoch unbefriedigend.

Nach dem Auswuchten wurden die Schwingungen am AS- und BS-Lager nur in geringem Umfang beeinflusst. Am Erregerlager wurden die Schwingungen bei den als kritisch eingestuften Drehzahlwerten deutlich verbessert. Auch bei der Maximaldrehzahl ergab sich im Kalt- und Warmzustand eine Verbesserung. Insgesamt wurde eine Verringerung der Schwingamplituden um ca. $\delta \approx 28\%$ erreicht.

Obwohl die Parameteranpassung des FE-Modells scheiterte, reichte die Qualität der aus dem Modell ermittelten Einflusszahlen aus, eine zufriedenstellende Warm-Kalt-Wuchtung innerhalb nur eines Laufs zu erreichen. Die nur leichte Verringerung der Schwingamplituden allgemein ist der Notwendigkeit zuzuschreiben, in zwei Temperaturzuständen akzeptable Schwingwerte zu erreichen. Der Unwuchtzustand wurde zudem gezielt so verändert, dass die Schwingamplituden bei bestimmten Drehzahlen verringert wurden. Diese Zielsetzung lag im Widerspruch zur Philosophie der Unwuchtidentifikation. Mit dieser werden Unwuchten an der Stelle ihres Auftretens axial am Läufer ausgeglichen, um die Schwingungen im gesamten Drehzahlbereich zu minimieren.

Das Modellgestützte Auswuchten verlief bei der Maschine „Magnetelast“ auch auf der Anlage erfolgreich. Durch den Einsatz des FE-Modells konnte auf die experimentelle Ermittlung der Einflusszahlen verzichtet werden. Auf diese Art konnte der Auswuchtprozess bedeutend verkürzt und die Stillstandszeit der Anlage verringert werden.

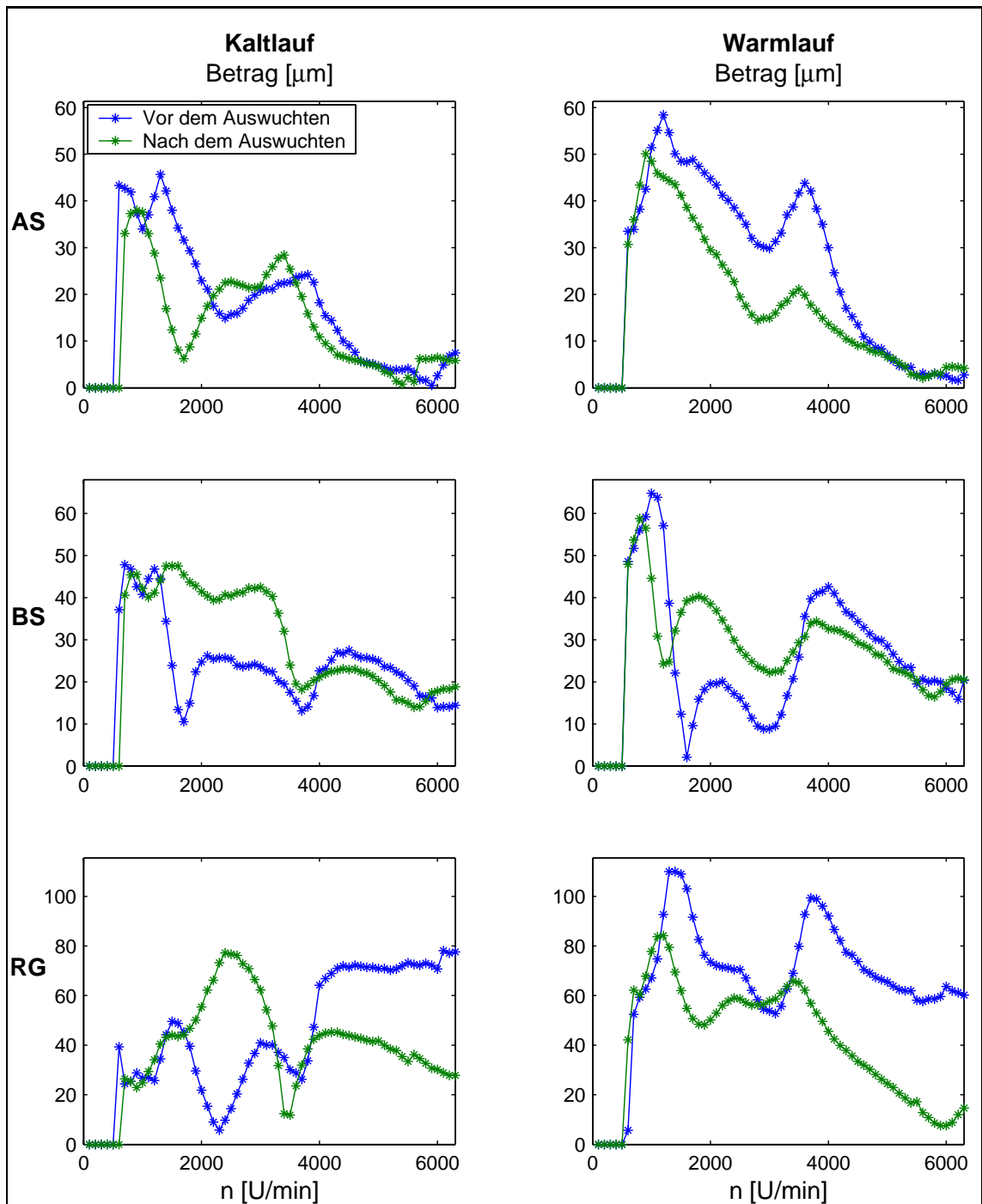


Abbildung 78: Schwingungen vor und nach dem Auswuchten der Maschine „Magnetelast“ im Warm- und Kaltzustand

7 Zusammenfassung und Ausblick

Das Ziel der vorliegenden Arbeit lag in der Entwicklung eines verbesserten Auswuchtverfahrens. Das vorgestellte Verfahren verwendet das rechnerische Maschinenmodell, um zeitraubende Testläufe einzusparen. Unabhängig davon verbessert die Unwuchtidentifikation das Auswuchtergebnis, indem die Unwuchtverteilung in der axialen Nähe ihres Auftretens am Rotor ausgeglichen wird.

Eine Voraussetzung für das Modellgestützte Auswuchten besteht in der Erstellung eines FE-Modells, mit dem die Schwingungscharakteristik der auszuwuchtenden Maschine vorherberechnet wird. Nach dem ersten Messlauf werden die Schwingungen, die durch die Rotorunwucht hervorgerufen werden, den berechneten Schwingungsantworten auf Standardunwuchten an den Ausgleichsebenen gegenübergestellt. Mithilfe der Unwuchtidentifikation wird ein Testgewicht oder eine vorläufige Ausgleichsetzung berechnet, die für den zweiten Schwingungslauf am Rotor befestigt wird. Die Schwingungsdifferenz der ersten beiden Läufe charakterisiert den Einfluss der Testsetzung und wird zur Anpassung des Rechenmodells verwendet. Daraufhin werden weitere Auswuchtläufe durchgeführt, welche die gemessenen Schwingungen minimieren, wobei jeder Lauf zur Verfeinerung des Rechenmodells genutzt wird. Am Ende des Auswuchtprozesses steht neben der ausgewuchteten Maschine ein angepasstes Rechenmodell zur Verfügung, die Kenntnis der identifizierten Parameter kann für folgende Modellierungsvorhaben genutzt werden.

Das Modellgestützte Auswuchten und die Unwuchtidentifikation verringern die Anzahl der benötigten Auswuchtläufe. Dies ist besonders lohnenswert, wenn die bisher verwendeten Methoden nicht oder zu langsam konvergieren. Häufig ist das bei flexiblen Rotoren mit mehreren Resonanzen im Drehzahlbereich der Fall oder wenn Testläufe aus Aufwandsgründen vermieden werden sollen. Den Vorteilen steht der Ingenieursaufwand bei der Erstellung und Anpassung des FE-Modells entgegen, bisher wird i.A. durch geschulte Techniker ausgewuchtet.

Das Modellgestützte Auswuchten wurde an einigen, rotordynamisch sehr unterschiedlichen Maschinen getestet. Besonders bei Magnetlagermaschinen verlief die Verfahrensanwendung sehr erfolgreich. Bei Gleitlagerung gestaltet sich die Herangehensweise durch die hohe Anzahl von Parametern schwieriger und konvergiert etwas langsamer. Zudem muss mehr Sorgfalt bei der Erfassung der Messwerte geübt werden, da das Schwingungsniveau durch die vergleichsweise steifere Lagerung meist deutlich niedriger liegt und Messunsicherheiten sich stärker auswirken.

In industrieller Größenordnung stellt die Verwendung des FE-Modells zum Auswuchten eine Neuheit dar. Die Anwendung des vorgestellten Verfahrens bedingt den ständigen Vergleich zwischen Messung und Rechnung. Der Rückfluss der gewonnenen Erkenntnisse unterstützt die mechanische Entwicklung und Konstruktion neuer Maschinen und hilft so, den Stand der Technik voranzutreiben.

Weiterführende Untersuchungen zur Berechnung der Gleitlagerkoeffizienten sowie zur genaueren Abbildung des Unterbauverhaltens würden die Qualität des Ausgangsmodells erhöhen und die Verfahrenskonvergenz beschleunigen. Bei steigender Rechenleistung können den Verläufen der Gleitlagerkoeffizienten über der Drehzahl mehr Freiheitsgrade zugestanden werden, wodurch sich die Genauigkeit der Modellanpassung erhöhen würde. Die nach der Fertigstellung dieser Arbeit geplante Einführung des Modellgestützten Auswuchtens in der Praxis wird sicherlich noch weitere wichtige, hier nicht untersuchte Fragestellungen aufwerfen.

Literatur

- [1] Gasch, R., Nordmann, R., Pfützner, H.: Rotordynamik, 2. Auflage, Springer-Verlag 2002
- [2] Kellenberger, W.: Elastisches Wuchten, Springer Verlag 1987
- [3] Schneider, H.: Auswuchttechnik, VDI-Verlag 1981
- [4] Lingener, A.: Auswuchten, Verlag Technik 1992
- [5] Klotter, K.: Technische Schwingungslehre Band 1, Teil A: Lineare Schwingungen, Springer Verlag 1978
- [6] Gasch, R., Drechsler, J.: Modales Auswuchten elastischer Läufer ohne Testgewichtsetzungen, Berlin: VDI Berichte Band 320, 1978, S. 45-54
- [7] Drechsler, J.: Auswuchten und Systemidentifikation, Berlin: VDI Berichte Band 536, 1984, S. 141-151
- [8] Belz, J.: Modalanalysegestützte Unwuchtidentifikation elastischer Rotoren, Kassel: Gesamthochschul- Bibliothek Universität Kassel, ISBN 3-88122-927-2, 1997
- [9] Markert, R.: System- und Unwuchtidentifikation von elastischen Rotoren aus Anfahrmessungen, Hamburg: VDI Berichte Band 536, 1984, S. 121-139
- [10] Markert, R.: Computergestützte Verfahren zur Unwuchtbestimmung, Hamburg: VDI Berichte Band 904, 1991, S. 243-261
- [11] Seidler, M.: Instationäres Auswuchten elastischer Rotoren, Bremen: Fortschrittsberichte VDI Reihe 11 Nr. 314, ISBN 3-18-331411-8, 2000
- [12] Kreuzinger-Janik, T., Irretier, H.: Unwuchtidentifikation an elastischen Rotoren mit Hilfe der experimentellen Modalanalyse, VDI-Berichte Band 1550, ISBN 3-18-091550-1, 2000, S. 169-182
- [13] Dicken, V., Maaß, P., Menz, I., Niebsch, J., Ramlau, R.: Inverse Unwuchtidentifikation an Flugtriebwerken mit Quetschöldämpfern, Düsseldorf, BMBF Projektnummer 03MSM1HB, 2002
- [14] Gasch, R., Knothe, K.: Strukturdynamik, Band 1: Diskrete Systeme, Springer-Verlag 1987
- [15] Gasch, R., Knothe, K.: Strukturdynamik, Band 2: Kontinua und ihre Diskretisierung, Springer-Verlag 1989
- [16] Lazan, B.J.: Damping of Materials and Members in Structural Dynamics, Pergamon Press, 1968
- [17] Weber, D.: Ein Beitrag zur Berechnung der Biegeschwingungen rotierender Maschinen unter Berücksichtigung nichtlinearer fluidmechanischer Koppelmechanismen, VDI-Verlag Reihe 11; Nr. 183, 1993

- [18] Sommerfeld, A.: Zur hydrodynamischen Theorie der Schmiermittelreibung, Zeitschrift für Math. und Phys., Bd. 50, 1904
- [19] Glienicke, J.: Feder- und Dämpfungskonstanten von Gleitlagern für Turbomaschinen und deren Einfluss auf das Schwingungsverhalten eines einfachen Rotors, Diss. TH Karlsruhe, 1966
- [20] Knopf, E., Nordmann, R.: Aktive Magnetlager zur Identifikation der dynamischen Eigenschaften von mediumgeschmierten Gleitlagern, Verlag für Marketing und Kommunikation, Worms, 1999
- [21] Mittwollen, N., Rückert, A., Schmitz, A., Reinhardt, W.-D.: Verbesserung der Berechnungsgrundlagen für schnellaufende, hochbelastete Mehrgleitflächen- und Radialkippssegmentlager, BMFT - Verbundprojekt 03T0012A „Gleitlageruntersuchungen“, TU Braunschweig, 1990
- [22] Tieu, A.K., Qiu, Z.L.: Identification of sixteen dynamic coefficients of two journal bearings from experimental unbalance response, The University of Wollongong, Wollongong, Australia 1994
- [23] Schweitzer, G., Bleuler, H., Traxler, A.: Magnetlager, Springer Verlag, Berlin Heidelberg, 1994
- [24] Aenis, M.: Einsatz aktiver Magnetlager zur modellbasierten Fehlerdiagnose in einer Kreislumpumpe, Shaker Verlag, Aachen, 2002
- [25] Zugriff auf: <http://www.machinedesign.com/asp> am 02.12.2005
- [26] Zugriff auf: <http://www.uni-kassel.de/fb16/iee-ema/magnetlager/blockbild> am 10.12.2005
- [27] Rosenkranz, J.: Berücksichtigung des Einflusses von Gleitlagergehäusen auf das dynamische Verhalten von Rotoren, FVA-Forschungsbericht Nr. 128, Heft 303, 1989
- [28] Sblewski, M.: Unwuchtidentifikation an großen Rotoren durch die Vereinigung von Modellrechnung und Schwingungsmessung; Diplomarbeit TU Berlin Prof. Mertens, 2003
- [29] Ramlau, R.: Morozov's Discrepancy Principle for Tikhonov regularization of nonlinear operators, Universität Bremen, 2001
- [30] Louis, A.K.: Inverse und schlecht gestellte Probleme, B.G. Teubner Verlag Stuttgart, 1989
- [31] Hofmann, B.: Mathematik inverser Probleme, B.G. Teubner Verlag Stuttgart Leipzig, 1999
- [32] Ramlau, R., Niebsch, J.: Verbesserte Auswuchtung von Rotoren, Abschlußbericht Universität Bremen 2004
- [33] Link, M.: Was kann man von Rechnerisch auf Testdaten angepassten Finite-Elemente Modellen erwarten? VDI-Berichte Bd. 1550, 2000, S.73-94

- [34] Lindemann, S., Irretier, H.: Model updating an einem biegeelastischen Rotor mit Hilfe von Eigenwerten und Eigenvektoren, VDI-Berichte Bd. 1825, 2004, S.291-304
- [35] Meyer, S., Weiland, M., Link, M.: Identifikation von lokalen Steifigkeits- und Dämpfungs nichtlinearitäten, VDI-Berichte Bd. 1550, 2000, S.497-515
- [36] Link, M.: Updating analytical models by using local and global parameters and relaxed optimization requirements, Academic Press Limited, 1998, S.7-22
- [37] Schedlinski, C.: Anwendung eines Verfahrens zur computerunterstützten Modellanpassung auf das Finite Elemente Modell einer Flugzeugtriebwerkskomponente, Konferenzband: XXV. FEM-Kongress, Baden-Baden, 1998
- [38] Schedlinski, C.: Kombinierte Verwendung von experimentellen Frequenzgängen und Modaldaten bei der computerunterstützten Modellanpassung, VDI-Berichte Bd. 1550, 2000, S.461-479
- [39] Feng, T, Nordmann, R.: Ein neuer Algorithmus zur Parameteridentifikation linearer mechanischer Systeme im Frequenzbereich, Mitt. Curt-Risch-Inst., Univ. Hannover, Tagung Hannover Okt. 1990, Dynamische Probleme, S. 311-330
- [40] Schröder, K, Kortuem, W.: Einsatz von Identifikationsmethoden zur Integration von Simulation und Versuch bei fahrdynamischen Untersuchungen, VDI-Berichte Bd. 1559, 2000, S.743-764

Lebenslauf

Name Martin Regener, geb. Sblewski

Geburtsdatum 14.03.1978

Geburtsort Berlin

Staatsangehörigkeit deutsch

Familienstand verheiratet, 2 Kinder

Anschrift Turiner Str. 10
13347 Berlin

Schulbildung:	09.1984 - 07.1986	Grundschule in Strausberg
	09.1986 - 07.1991	Schule mit erweitertem Sprachunterricht in Strausberg
	08.1991 - 06.1994	Spezial-Gymnasium C.F. Gauss mathematisch - naturwissenschaftlich - technische Richtung in Frankfurt(O)
	08.1994 - 06.1995	Clear Lake Highschool in Houston, Texas, USA
	08.1995 - 06.1997	Spezial-Gymnasium C.F. Gauss, abgeschlossen mit der Allg. Hochschulreife
Wehrdienst:	09.1997 - 06.1998	Grundwehrdienst beim 5. Transportbataillon 143 in Strausberg
Studium:	10.1998 - 03.1999	TU Berlin Studiengang: Bauingenieurwesen
	04.1999 - 06.2003	Studiengang Maschinenbau, abgeschlossen mit der Diplomprüfung
Beschäftigung:	02.2001 - 09.2003	Tutor im Institut für Mechanik der TU Berlin
	01.2003 - 09.2003	Werkstudent und Diplomand in der Entwicklungsabteilung von Siemens A&D LD im Dynamowerk Berlin
	10.2003 - 09.2005	Prüffeldingenieur im Dynamowerk Berlin
	10.2005 - 09.2006	Entwicklungsingenieur ebendort
	seit 10.2006	Technischer Betreuer der Auswuchtanlage